
MATEMATIKA

MODUL KULIAH

HIDAYAT KURAHMADAN SE, M.Pd

DAFTAR ISI

1. Perhitungan Dengan Melibatkan Bilangan Positif dan Negatif	1
2. Menyederhanakan Hasil- Hasil Olahan	10
3. Bilangan- Bilangan Indeks	18
4. Perhitungan Aritmatika Sosial	24
5. Aljabar	34
6. Trigonometri (Ilmu Ukur Segitiga)	43
7. Pengukuran Luas dan Volume	56
8. Menyelesaikan Masalah Matematika Yang Berhubungan Dengan Grafik	77

PERHITUNGAN DENGAN MELIBATKAN BILANGAN BULAT POSITIF DAN NEGATIF

1. Bentuk perhitungan: penjumlahan, pengurangan, perkalian, serta pembagian bilangan bulat.
2. Pengertian pecahan dan bagian- bagiannya.
3. Penyederhanaan pecahan.
4. Penjumlahan, pengurangan, perkalian serta pembagian pecahan dengan hasil yang paling sederhana.
5. Menyelesaikan soal yang melibatkan satu atau lebih operasi hitung berkaitan dengan bilangan bulat dan atau pecahan.

1. BENTUK PERHITUNGAN: PENJUMLAHAN, PENGURANGAN, PERKALIAN, SERTA PEMBAGIAN BILANGAN BULAT.

Pengertian Bilangan Bulat

Sebelum kita mendefinisikan bilangan bulat, perhatikan 3 kelompok bilangan di bawah ini!

- Himpunan bilangan asli ? $\{1,2,3,4,5,6,\dots\}$
- Himpunan bilangan cacah ? $\{0,1,2,3,4,5,6,\dots\}$
- Himpunan bilangan bulat ? $\{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\}$

Berdasarkan kelompok bilangan di atas dapatkah kalian membuat sebuah kesimpulan tentang bilangan bulat?

Operasi hitung bilangan bulat

Operasi pada bilangan bulat terdiri dari :

- | | | | |
|-----------------|------------------|--------------|--------------|
| a. Penjumlahan | b. Pengurangan | c. Perkalian | d. Pembagian |
| e. Perpangkatan | f. Akar Bilangan | g. Campuran | |

Penjumlahan

Dengan menggunakan baris bilangan, penjumlahan diselesaikan dengan cara sebagai berikut :

- Bilangan positif bergeser ke kanan
- Bilangan negatif bergeser ke kiri

Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini :

Soal : $5+2 - 3 = \dots?$

Jawab : Tandai bilangan 5, lalu geser ke kanan sejauh 2 titik, kemudian geser ke kiri sejauh 3 titik, maka akan ketemu 4. Sehingga $5+2- 3 = 4$

Sifat-sifat yang berlaku pada operasi penjumlahan yaitu :

- Tertutup : Bila $a, b \in$ bilangan bulat, maka $a + b \in$ bilangan bulat.
- Komutatif : $a + b = b + a$
- Asosiatif : $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Identitas : $a + 0 = 0 + a = a$, dengan 0 merupakan unsur identitas
- Invers : $a + (-a) = (-a) + a = 0$, dimana $-a$ merupakan invers (lawan) dari a .

Pengurangan

Pengurangan dapat juga dikatakan sebagai penjumlahan bilangan negatif, jadi secara matematika dapat ditulis sebagai berikut :

$a - b = a + (-b)$, dengan $a, b \in$ bilangan bulat positif.

Pengurangan dapat diselesaikan dengan baris bilangan sebagaimana contoh di bawah ini.

Soal : $5 - 2 - 3 = \dots?$

Jawab :

Tandai bilangan 5, lalu geser ke kiri sejauh 2 titik, kemudian geser ke kiri sejauh 3 titik, maka akan ketemu dengan angka 0, sehingga $5 - 2 - 3 = 0$

Perkalian

Perkalian dapat dikatakan sebagai penjumlahan yang berulang. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh soal di bawah ini:

Soal : $3 \times 4 = \dots?$

Jawab : $4 + 4 + 4 = 12$

Sifat-sifat yang berlaku pada operasi perkalian adalah sebagai berikut :

- Tertutup : Bila $a, b \in$ bilangan bulat, maka $a \times b \in$ bilangan bulat.
- Komutatif : $a \times b = b \times a$
- Asosiatif : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- Identitas : $a \times 1 = 1 \times a = a$, dengan 1 merupakan unsur identitas terhadap perkalian
- Invers : $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$, dimana $\frac{1}{a}$ merupakan invers (lawan) perkalian dari a .
- Distributif terhadap penjumlahan : $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$
- Distributif terhadap pengurangan : $(a - b) \times c = (a \times c) - (b \times c)$

Pembagian

Pembagian merupakan invers dari perkalian

$$a \div b = a \times \frac{1}{b}$$

Sifat-sifat operasi pembagian yaitu :

- a. Distributif terhadap penjumlahan : $(a + b) \div c = (a \div c) + (b \div c)$
- b. Distributif terhadap pengurangan : $(a - b) \div c = (a \div c) - (b \div c)$

Perpangkatan

Perpangkatan dapat dikatakan sebagai perkalian yang berulang. Untuk $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ (sebanyak n kali).

Contoh: $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

Sifat-sifat operasi yang berlaku pada perpangkatan adalah sebagai berikut :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Akar Bilangan

Akar bilangan merupakan kebalikan dari kuadrat bilangan.

$$\sqrt{a^2} = a$$

atau

$$\sqrt{a^2} = (a^2)^{\frac{1}{2}} = a$$

Operasi Hitung Campuran

Untuk menyelesaikan operasi hitung campuran, Anda perlu menyelesaikan sesuai dengan urutan sebagai berikut :

1. Operasi dalam tanda kurung
2. Operasi perpangkatan / akar
3. Operasi perkalian / pembagian
4. Operasi penjumlahan / pengurangan

2. BENTUK PERHITUNGAN: PENJUMLAHAN, PENGURANGAN, PERKALIAN, SERTA PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN.

Pengertian Bilangan Pecahan dan Jenis Bilangan Pecahan

Bilangan pecahan adalah bilangan yang terdiri atas dua angka, yakni angka sebagai pembilang dan angka sebagai pembagi atau penyebut. Bilangan pecahan mempunyai bentuk: $\frac{a}{b}$ dengan $b \neq 0$, dimana **a** disebut pembilang dan **b** disebut penyebut.

Berikut adalah jenis-jenis bilangan pecahan:

a. Pecahan Biasa

Pecahan biasa adalah pecahan yang hanya terdiri atas pembilang dan penyebut.

Contoh: $\frac{7}{9}, \frac{13}{50}$

b. Pecahan Campuran

Pecahan campuran adalah pecahan yang terdiri dari atas pecahan bilangan bulat, pembilang, dan penyebut.

Contoh: $5\frac{9}{17}, 73\frac{19}{125}$

c. Pecahan Desimal

Pecahan desimal adalah bilangan yang didapat dari hasil pembagian suatu bilangan dengan 10, 100, 1000 dst. Pecahan desimal biasanya ditandai dengan tanda koma (,).

Contoh:

1. $0,7 =$ tujuh persepuluh \Rightarrow diperoleh dari 7 dibagi 10.

2. $0,35 =$ tiga puluh lima perseratus \Rightarrow diperoleh dari tiga puluh lima dibagi seratus.

d. Pecahan Persen

Pecahan persen adalah merupakan suatu bilangan yang dibagi seratus.

Contoh:

1. 50% dibaca 50 persen dan nilainya sama dengan 50 per 100 = 0,5
2. 138% dibaca 138 persen dan nilainya sama dengan 138 per 100 = 1,38

e. Pecahan Permil

Pecahan permil merupakan suatu bilangan yang dibagi seribu.

Contoh:

1. 10‰ dibaca 10 permil dan nilainya sama dengan 10 per 1000 = 0,01
2. 70‰ dibaca 70 permil dan nilainya sama dengan 70 per 1000 = 0,07

f. Pecahan Senilai

Pecahan dikatakan memiliki nilai yang sama jika pembanding dan penyebut dapat dikali maupun dibagi dengan angka yang sama: $\frac{a}{b} = \frac{axc}{bxc}$

Contoh:

$$\frac{9}{13} = \frac{9 \times 4}{13 \times 4} = \frac{36}{52}$$

Menyederhanakan dan Mengubah bentuk pecahan

menyederhanakan pecahan dapat dilakukan dengan cara membagi antara pembilang dan penyebut dengan angka yang sama: $\frac{a}{b} = \frac{a:c}{b:c}$

Contoh:

$$\frac{15}{27} = \frac{15:3}{27:3} = \frac{5}{9}$$

Pecahan campuran dapat diubah menjadi bentuk pecahan biasa dan sebaliknya,

Contoh :

$$7\frac{3}{4} = \frac{7 \times 4 + 3}{4} = \frac{31}{4}$$

$$\frac{38}{5} \Rightarrow 38 : 5 = 7 \text{ sisa } 3, \text{ sehingga menjadi: } 7\frac{3}{5}$$

Operasi Hitung Bilangan Pecahan dan Aturannya

1. Penjumlahan dan Pengurangan

Samakan dahulu bilangan penyebutnya dengan cara mencari faktor persekutuan terbesar (fpb) dari bilangan- bilangan tersebut

Contoh:

$$\text{a. } \frac{7}{8} + \frac{5}{12} = \frac{21}{24} + \frac{10}{24} = \frac{31}{24} = 1 \frac{7}{24}$$

$$\text{b. } 9\frac{3}{4} - 6\frac{1}{8} = 9\frac{6}{8} - 6\frac{1}{8} = 3\frac{5}{8}$$

2. Perkalian dan Pembagian

Perkalian: Bentuk pecahannya harus pecahan biasa, pembilang x pembilangnya dan penyebut x penyebutnya dan atau disederhanakan dahulu dengan mencoret(membagi) pembilang dan penyebut dengan fpbnya.

Contoh:

$$6\frac{4}{5} \times \frac{10}{17} = \frac{34}{5} \times \frac{10}{17} = \frac{340}{85} = 4$$

Pembagian: Bentuk pecahannya harus pecahan biasa, pecahan yang dikalikan (yang di belakang) diubah pembilangnya menjadi penyebut dan sebaliknya serta bentuknya juga berubah dari

pembagian menjadi perkalian $\Rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Contoh:

$$2\frac{5}{8} : \frac{7}{9} = \frac{21}{8} \times \frac{9}{7} = \frac{189}{56} = 3\frac{21}{56} = 3\frac{3}{8}$$

Kerjakan soal di bawah ini dengan benar!

1. a. $-18 + 27 =$

b. $125 - 413 =$

c. $-156 - 156 =$

d. $251 - (-249) =$

e. $-72 + (-315) =$

2. Suhu udara di Kota A = -15°C sedangkan suhu di kota B = 32°C , selisih suhu udara di kedua kota tersebut =

3. a. $15 \times -8 =$

b. $-125 \times -12 =$

c. $-117 : 9 =$

d. $240 : 120 =$

4. Hasil dari $21 : (3 - 10) + 4 \times (-2) =$

5. Hasil dari $14 + \{ 18 : (-3) - (-2) \times 3 \} =$

6. Nilai n yang memenuhi $(12 + 8)(-3n) = -22$ adalah

7. Tentukan bentuk pecahan yang paling sederhana dari pecahan berikut :

a. $\frac{18}{24} =$

b. $\frac{45}{75} =$

c. $\frac{145}{270} =$

8. a. $\frac{7}{9} + \frac{3}{15} =$

b. $8\frac{5}{12} - 5\frac{4}{9} =$

c. $1\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2} - \frac{9}{10} =$

d. $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4} =$

Selesaikan Soal di bawah ini dengan benar!

1. $2.025 + 1.725 - (-2.500) : (-50) =$

2. $2.000 : 25 \times (-10) + 1.234 =$

3. $2\frac{1}{2} \times (5\frac{1}{3} + 1\frac{2}{7}) =$

4. diketahui : $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{3}{4}$, $c = \frac{2}{5}$, maka tentukan nilai dari:

a. $b \times c =$

b. $ab \times c =$

c. $ab - ac =$

d. $(b - c) \times a =$

e. $\frac{2}{3}b - \frac{1}{2}c =$

f. $2ab : c =$

5. Pak Badri memiliki 240 kg ikan, $\frac{3}{4}$ dari ikannya dijual ke pasar dan sisanya dibagi sama kepada 15 orang karyawan Pak Badri. Berapa kg masing-masing ikan yang diterima karyawan Pak Badri?

MENYEDERHANAKAN HASIL- HASIL OLAHAN

1. Menyelesaikan soal dengan menggunakan perbandingan
2. Menggunakan empat fungsi dasar aritmatika pada hasil olahan desimal
3. Merubah desimal menjadi pecahan dan sebaliknya
4. Mengenal desimal berulang sebagai desimal tak terhingga
5. Mengurangi bilangan desimal sampai bilangan spesifik sesuai ruang desimal yang tersedia
6. Mengurangi bilangan desimal sampai bilangan spesifik sesuai bentuk yang signifikan
7. Menjumlahkan dan mengurangi belangan- bilangan desimal
8. Mengalikan dan membagi bilangan desimal, dengan memberikan jawaban sampai bilangan spesifik yang sesuai dengan desimal yang tersedia dan sesuai bentuk- bentuk yang signifikan
9. Menyelesaikan soal yang melibatkan lebih dari satu masalah(Hitung campur)

1. PERBANDINGAN DAN UNSUR- UNSURNYA.

Perbandingan adalah membandingkan 2 atau lebih besaran yang sama dan ditunjukkan dengan nilai yang paling sederhana.

Perbandingan biasanya ditulis dengan tanda pembagian (:) dan dapat juga ditulis dengan bilangan pecahan ($\frac{a}{b}$). Perbandingan dapat dibagi menjadi 2, yaitu perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

Perbandingan senilai adalah perbandingan dari dua atau lebih besaran dimana suatu variabel bertambah, maka variabel yang lain bertambah pula atau disebut juga dengan perbandingan yang memiliki nilai yang sama.

Contoh kejadian yang termasuk dalam perbandingan senilai antaralain :

1. Jumlah tabungan dengan waktu penyimpanan.
2. Banyak barang dengan jumlah harga barang .
3. Jumlah pekerja dengan jumlah upah yang dikeluarkan .

Rumus perbandingan senilai:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \text{ atau: nilai yang ditanya} = \frac{\text{perbandingan yang ditanya}}{\text{perbandingan yang diketahui}} \times \text{nilai yang diketahui}$$

Di bawah ini hal- hal yang berhubungan dengan perbandingan senilai:

- a. Penyederhanaan perbandingan
- b. Mencari nilai perbandingan dari 2 atau lebih perbandingan
- c. Skala dan Suhu

Contoh soal:

1. Sederhanakan perbandingan di bawah ini:

- a. $18 : 24 = 3 : 8$
- b. $6 : 15 : 27 = 2 : 5 : 9$

2. Umur A : umur B = 4 : 5 , jika:

- a. Umur A = 16 tahun, , umur B =

$$\text{Jawab: umur B} = \frac{5}{4} \times 16 = 20 \text{ tahun}$$

b. Jumlah umur A dan umur B = 36 tahun, tentukan umur A!

$$\text{Jawab: umur A} = \frac{4}{4+5} \times 36 = \frac{4}{9} \times 36 = 16 \text{ tahun}$$

c. Jarak kota A ke kota B pada peta = 24 cm, sedangkan jarak sebenarnya = 7,2 km. Tentukanlah skalanya!

Jawab:

$$7,2 \text{ km} = 7.200.000 \text{ cm, jadi skalanya} = 24 : 7.200.000 = 1 : 300.000$$

d. Suhu suatu ruangan jika diukur dengan thermometer celcius = 25°C, berapakah suhu ruangan jika diukur dengan thermometer reamur?

Jawab:

Diketahui perbandingan suhu celcius dan reamur = 5 : 4, maka suhu ruangan jika diukur dengan thermometer reamur = $\frac{4}{5} \times 25 = 20^\circ\text{R}$

Perbandingan berbalik nilai

Adalah: perbandingan dari dua atau lebih besaran dimana suatu variabel bertambah, maka variabel yang lain berkurang atau turun nilainya.

Contoh kejadian yang termasuk perbandingan berbalik nilai antarlain :

1. Banyaknya pekerja dengan waktu penyelesaian.
2. Banyaknya hewan dengan waktu penghabisan makanannya.

Rumus perbandingan berbalik nilai :

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \text{ atau: nilai yang ditanya} = \frac{\text{perbandingan yang diketahui}}{\text{perbandingan yang ditanya}} \times \text{nilai yang diketahui}$$

Contoh soal:

Suatu rumah dikerjakan oleh 8 pekerja, dan diselesaikan selama 15 hari. Apabila dikerjakan oleh 10 pekerja, berapa hari yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pekerjaan tersebut?

Jawab:

$$\frac{8}{10} \times 15 = 12 \text{ hari}$$

2. BILANGAN DESIMAL DAN OPERASINYA.

Penjumlahan dan pengurangan Desimal

Menjumlahkan dan mengurangkan dua bilangan desimal adalah: menjumlahkan/pengurangan angka-angka yang nilai tempatnya sama pada kedua bilangan tersebut.

Contoh:

a. $15,335 + 6,287 = 21,622$

b. $13,435 - 3,253 = 12,182$

Perkalian dan pembagian Desimal

Perkalian pada bilangan desimal dapat dilakukan dengan mengubah terlebih dahulu bilangan desimal menjadi pecahan terlebih dahulu kemudian dikerjakan seperti cara mengalikan bentuk pecahan atau langsung mengalikan bilangan tersebut seperti biasa kemudian hasil akhir diberi tanda koma sebanyak jumlah koma yang ada.

Contoh:

$$12,54 \times 1,25 =$$

Cara 1: $\frac{1254}{100} \times \frac{125}{100} = \frac{156.750}{10.000} = 15,675$ cara 2: $12,54 \times 1,25 = 15,675$

Pembagian pada bilangan desimal dapat dilakukan dengan mengubah terlebih dahulu bilangan desimal menjadi pecahan terlebih dahulu kemudian dikerjakan seperti cara pembagian bentuk pecahan atau dengan merubah kedua bilangan desimal tersebut menjadi bilangan bulat dengan mengalikan dengan bilangan 10, 100 dst tergantung jumlah angka di belakang koma yang terbanyak.

Contoh:

$$14,4 : 0,12 =$$

Cara 1: $\frac{144}{10} : \frac{12}{100} = \frac{144}{10} \times \frac{100}{12} = 120$

Cara 2: $14,4 : 0,12 = 14.400 : 12 = 120$

Mengubah Bilangan desimal menjadi pecahan dan persen, serta sebaliknya

a. Desimal menjadi pecahan dan atau persen

Contoh: $3,15 = \frac{315}{100} = 315\%$

b. Pecahan dan persen menjadi desimal

$$\text{Contoh: } \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$75\% = \frac{75}{100} = 0,7$$

3. BILANGAN DESIMAL BERULANG SEBAGAI DESIMAL TAK TERHINGGA (BILANGAN IRASIONAL)

$$\text{Contoh: } \frac{1}{3} = 0,333333\dots \quad \frac{22}{7} = 3,142857142857\dots$$

Bagaimana mengubah bilangan pecahan menjadi bilangan desimal berulang yang tak terhingga atau sebaliknya?

- Mengubah pecahan menjadi bilangan desimal berulang caranya adalah sama seperti biasanya, karena penyebutnya kita tidak dapat mengubah menjadi sepuluh, seratus, seribu, dst. Sehingga kita membagi pembilang dan penyebutnya dg cara bersusun ke bawah.

$$\text{Contoh: } \frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,6666\dots$$

- Sedangkan mengubah desimal berulang tak terhingga (irasional) adalah sebagai berikut:

Contoh; ubahlah bilangan desimal 0,141414... menjadi bentuk pecahan!

Jawab : kita lihat bilangan desimal 0,141414... berulang sebanyak 2 kali (141414 dst) sehingga kita harus mengalikan dengan 100 menjadi 14,1414....

Misalkan 0,141414... kita misalkan dengan y, sehingga 14,1414... = 100 y

$$\begin{array}{r} 100y = 14,141414\dots \\ y = 0,141414\dots \\ \hline 99y = 14 \end{array}$$

$$y = \frac{14}{99}$$

$$\text{Jadi, } 0,141414\dots = \frac{14}{99}$$

Latihan Soal

1. Ubahlah menjadi bentuk perbandingan yang paling sederhana:

a. $15 : 25 =$

b. $\frac{3}{10} : \frac{8}{15} =$

c. $3\frac{2}{9} : 5\frac{3}{10}$

2. a. Jika $A : B = 8 : 15$ dan $B = 60$, maka nilai $A =$

b. Perbandingan suhu di kota A : suhu di kota B = $15 : 17$ Jika selisih suhu kedua kota tersebut = 4°C , tentukan suhu masing - masing kota!

c. Sebuah lempengan baja dipotong menjadi 3 bagian dengan perbandingan $3 : 4 : 5$, Jika panjang lempengan baja tersebut = 36 dm , tentukan panjang masing- masing potongan baja tersebut!

3. Jika $\frac{2}{3}$ volume tabung A = tabung B, dan volume tabung A = 150 ml , tentukan:

a. Perbandingan volume tabung A : volume tabung B

b. Volume tabung B

4. Tentukan hasil perhitungan penjumlahan dan pengurangan desimal di bawah ini !

a. $24,05 + 13,79 =$

b. $50 - 37,18 =$

c. $26,52 + 33,48 + 59,75 =$

d. $135,6 - 24,28 - 70,123 =$

e. $3,12 + 18,09 - 21,17 =$

5. Ubahlah pecahan di bawah ini menjadi bentuk desimal!

a. $\frac{19}{20} =$

b. $5\frac{3}{8} =$

c. $\frac{16}{32} =$

6. Ubahlah bilangan desimal di bawah ini menjadi pecahan yang paling sederhana!

a. $0,125 =$

b. $3,24 =$

c. $46,325 =$

7. Selesaikan bentuk perbandingan di bawah ini!

a. Jika $A : B = 5 : 6$ dan $B : C = 8 : 9$

tentukan perbandingan $A : B : C$

b. Jika $A : B = 4 : 9$ dan $A : C = 6 : 13$

tentukan perbandingan $A : B : C$

c. Jika $A : B : C = 12 : 8 : 7$ dan nilai $A - C = 15$

tentukan nilai A , B dan C masing- masing!

$A =$ $B =$ $C =$

8. Tentukan hasil perhitungan perkalian dan pembagian desimal di bawah ini!

a. $25,14 \times 16,8 =$

b. $43,07 \times 8,234 =$

c. $58,24 : 4 =$

d. $1,45 : 0,05 =$

e. $32,16 \times 2,8 : 2,14 =$

9. Tentukan pecahan di bawah ini menjadi bentuk desimal tak terhingga

Contoh : $\frac{7}{15} = 0,466.....$

a. $\frac{13}{45} =$

c. $\frac{2}{3} =$

b. $2\frac{5}{11} =$

d. $7\frac{8}{9} =$

10. Tentukan bentuk desimal tak terhingga di bawah ini menjadi bentuk pecahan yang palingsederhana!

a. $3,141414\dots =$

b. $0,55555\dots =$

c. $9,121212\dots =$

11. Selesaikan soal cerita hitung campur di bawah ini !

a. Panjang lempengan tembaga diketahui adalah $5\frac{3}{5}$ m, tembaga tersebut akan dipotong menjadi 7 bagian sama panjang. Berapakah cm panjang masing- masing potongan tembaga?

b. Sebuah tabung berisi 15, 25 ml cairan kimia, setelah digunakan untuk percobaan cairan kimia yang masih tersisa adalah $\frac{1}{5}$ bagian dari volume mula- mula. Berapakah volume cairan kimia yang digunakan untuk percobaan ?

c. Seorang nelayan berhasil menangkap 25, 78 kg ikan, setelah sampai di darat ternyata 5, 28 kg ikan harus dibuang karena sudah tidak segar lagi. Jika sisa ikan yang masih segar dimasukkan ke dalam 10 kantong dengan berat yang sama. Berapakah berat masing- masing kantong?

BILANGAN- BILANGAN INDEKS

1. Menuliskan bilangan- bilangan yang melibatkan pangkat dan akar
2. Penarikan akar dengan cara faktorisasi prima dan sifat bilangan berpangkat
3. Menggunakan aturan- aturan bilangan pangkat, dimana m dan n adalah pangkat dari suatu bilangan
4. Menarik kesimpulan bahwa $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
melalui sifat- sifat bilangan berpangkat rasional
5. Melakukan operasi hitung menggunakan sifat- sifat bilangan pangkat
6. Mendefinisikan pengertian logaritma sebagai invers (kebalikan) dari bilangan pangkat dan bentuk umum logaritma dengan basis 10.
7. Menyelesaikan masalah dengan menggunakan tabel logaritma
8. Menyatakan arti dari simbol bilangan sepuluh pangkat sebagai bilangan dasar

1. BILANGAN AKAR DAN PANGKAT SERTA UNSUR- UNSURNYA

Bilangan akar pangkat 2 dan akar pangkat 3

Bilangan akar yang sering digunakan adalah akar pangkat 2 ($\sqrt{\quad}$) dan akar pangkat 3 ($\sqrt[3]{\quad}$), karena akar merupakan kebalikan dari pangkat, maka penarikan akar dapat dicari dengan cara mencari bilangan pangkatnya (faktorisasi).

Contoh:

Carilah hasil dari bilangan akar di bawah ini:

a. $\sqrt{256}$

b. $\sqrt[3]{729}$

Jawab :

a. Faktorisasi dari $256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$ Karena 256 memiliki bilangan pangkat 2 (2^2) sebanyak 4 kali, sehingga hasil dari $\sqrt{256} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

b. Faktorisasi dari $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^3 \times 3^3$ karena 729 memiliki bilangan pangkat 3 (3^3) sebanyak 2 kali, sehingga hasil dari $\sqrt[3]{729} = 3 \times 3 = 9$

Selain dengan bilangan pangkatnya (faktorisasi), bilangan akar pangkat 2 bisa juga dicari dengan cara penarikan akar. Sedangkan bilangan akar pangkat 3 dapat dicari dengan sifat bilangan pangkat tiga dari 0 sampai dengan 9.

Sifat- sifat akar dalam operasi aljabar.

Di bawah ini adalah sifat- sifat akar dalam operasi aljabar:

1. $a\sqrt{c} \pm b\sqrt{c} = (a \pm b)\sqrt{c}$

2. $\sqrt{ax}\sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

3. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Penyebut Irasional

Penyebut irasional adalah: penyebut yang berbentuk akar, bilangan tersebut disebut juga dengan bilangan yang tidak rasional, karena sulit untuk di pecahkan. Oleh karena itu penyebut harus diubah menjadi bilangan bulat atau bilangan yang rasional, dengan cara-cara berikut:

$$1. \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$$

$$2. \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a}{b - c} (\sqrt{b} - \sqrt{c})$$

$$3. \frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a}{b - c} (\sqrt{b} + \sqrt{c})$$

Pangkat bilangan bulat positif, pangkat nol dan pangkat kurang dari nol (negatif)

Pangkat dengan bilangan bulat positif disebut dengan pangkat normal, yaitu perkalian berulang sebanyak dengan pangkat tersebut.

Contoh:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

Sedangkan pangkat nol dan kurang dari nol memiliki sifat- sifat sebagai berikut:

$$1. a^0 = 1$$

$$2. a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- Pangkat juga bisa diubah kedalam bentuk akar sebagai berikut:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

- Sifat- sifat bilangan berpangkat secara lengkapnya adalah sebagai berikut:

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; a \neq 0$$

$$3. (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}; b \neq 0$$

$$5. (a^m)^n = a^{m \times n}$$

2. HUBUNGAN AKAR, PANGKAT DAN LOGARITMA

Jika akar adalah bentuk lain dari pangkat, maka logaritma adalah lawan dari pangkat. Jika dalam pangkat yang kita cari adalah hasil dari perkalian berulang tersebut maka logaritma adalah mencari berapa banyak perkalian yang terjadi alias mencari pangkat itu sendiri, perhatikan persamaan di bawah ini!

$$a^n = x \quad \longleftrightarrow \quad n = {}^a\log x$$

$\log y = x$ artinya adalah : ${}^{10}\log y = x$

Simbol bilangan sepuluh pangkat sebagai bilangan dasar

- Deca = 10	- Hekto = 10^2	- Kilo = 10^3	- Mega = 10^6
- Giga = 10^9	- Tera = 10^{12}	- Deci = 10^{-1}	- Centi = 10^{-2}
- Mili = 10^{-3}	- Micro = 10^{-6}	- Nano = 10^{-9}	- Pico = 10^{-12}

Latihan Soal

1. Diketahui faktorisasi prima dari 3.136 adalah: $2^6 \times 7^2$, tanpa menggunakan kalkulator hitunglah nilai dari $\sqrt{3.136}$!
2. Diketahui faktorisasi prima dari 59.319 adalah: $3^3 \times 13^3$, tanpa menggunakan kalkulator hitunglah nilai dari $\sqrt[3]{59.319}$!
3. Tentukan nilai soal di bawah ini dengan cara faktorisasi prima dan penarikan akar!

a. $\sqrt{2.025}$

e. $\sqrt[3]{17.576}$

b. $\sqrt{3.969}$

f. $\sqrt[3]{5.832}$

c. $\sqrt{2.304}$

g. $\sqrt[3]{39.304}$

d. $\sqrt{7.056}$

h. $\sqrt[3]{166.375}$

4. Tentukan hasil dari soal di bawah ini dengan benar!

a. $5^7 : 5^4 =$

b. $2^5 \times \frac{1}{2^3} =$

c. $\frac{1}{5^8} : \frac{1}{5^{10}} =$

d. $3^{\frac{10}{4}} \times 3^{\frac{1}{2}} =$

e. $4^6 \times 4^{-2} : 4^5 =$

5. Ubahlah dalam bentuk logaritma!

a. $3^4 = 81 \iff$

b. $5^3 = 125 \iff$

c. $16^{\frac{1}{2}} = 4 \iff$

d. $7^x = 343 \iff$

e. $9^{\frac{1}{3}} = x \iff$

6. Tentukan nilai x pada persamaan berikut!

a. ${}^2\log 32 = x$

b. ${}^3\log 81 = x$

c. ${}^7\log \frac{1}{7} = x$

d. $\log 10.000 = x$

e. ${}^5\log 625 = x$

7. Hasil dari $(64)^{1/3}$ adalah

8. Bentuk sederhana dari $\sqrt{300}$ adalah

9. $2^{-2} + 3^{-3} + 1^{-4} = \dots\dots\dots$

10. Hasil dari $(9x^{-2}y^3z^{-4})^2$ adalah

11. Nilai dari $(\sqrt{32})^{1/5}$ adalah

12. Hasil dari $\sqrt{175} + 4\sqrt{7} - \sqrt{63}$ adalah

13. Bentuk sederhana dari $\frac{2 + \sqrt{8}}{\sqrt{6}}$ adalah

14. Jika $39 - 3x = 27$, maka nilai x yang memenuhi adalah

15. Jika $3^{-x+2} = 1/81$, maka nilai x yang memenuhi adalah

16. Diketahui $a = 2\sqrt{3} + \sqrt{5}$ dan $b = 3\sqrt{5} - \sqrt{3}$. Nilai $ab = \dots$

17. Bentuk sederhana $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$ adalah....

18. Diketahui $p \times (3\sqrt{2} - \sqrt{6}) = 12$. Nilai p yang memenuhi adalah

19. Tentukan luas sebuah persegi jika diketahui panjang sisinya $(3\sqrt{6} - 2)$ cm!

20. Sebuah belah ketupat memiliki panjang diagonal $(3\sqrt{5})$ cm dan $(2\sqrt{5})$ cm. Luas belah ketupat tersebut adalah....

PERHITUNGAN ARITMATIKA SOSIAL

1. Pengertian persentase
2. Menyatakan suatu bilangan dalam bentuk persen atau yang lain
3. Menyatakan peningkatan dan penurunan nilai persentase
4. Pengetian aritmatika sosial
5. Melakukan Penaksiran yang tepat tentang masalah aritmatika sosial dan melakukan koreksi terhadap jawaban yang diberikan
6. Melakukan evaluasi dengan menyelesaikan masalah sesuai dengan materi yang diberikan
7. Melakukan perhitungan aritmatika dengan menggunakan kalkulator

1. PERSSEN SEBAGAI BAGIAN DARI BENTUK BILANGAN DALAM ARITMATIKA

Sen artinya seratus. **Persen** artinya perseratus. **Bilangan persen** adalah **bilangan** dalam bentuk pecahan perseratus. 10 **persen** artinya sama dengan $10/100$, 75**persen** artinya sama dengan $75/100$, dan seterusnya. 100 **persen** artinya sama dengan $100/100 = 1$ (satu bagian /keseluruhan) . Penulisan **bilangan persen** menggunakan simbol %.

Mengubah bilangan pecahan, desimal kedalam bentuk persen dan sebaliknya.

Kita mengenal tiga bentuk bilangan pecahan yaitu bilangan pecahan biasa, bilangan pecahan desimal dan bilangan persen. Ketiga bentuk bilangan pecahan tersebut dapat diubah dari bentuk bilangan pecahan yang satu ke bentuk bilangan pecahan yang lain. Di bawah ini akan dibahas mengenai cara mengubah bilangan pecahan dan desimal menjadi bilangan persen disertai dengan contoh-contoh perhitungan.

Bilangan Pecahan menjadi persen

Syarat mengubah bilangan pecahan menjadi persen adalah: bilangan pecahan harus berbentuk bilangan pecahan biasa. Kemudian penyebut pecahan yang akan diubah menjadi 100, dan atau jika bilangan penyebutnya tidak dapat dijadikan 100, maka dapat dicari dengan langsung dikalikan dengan nilai 100%.

Contoh:

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} \%$$

Bilangan Desimal menjadi persen

Ciri khas dari bilangan pecahan desimal adalah menggunakan tanda koma. Bilangan pecahan desimal adalah bilangan pecahan persepuluh, perseratus, perseribu, dan seterusnya, dengan ketentuan sebagai berikut.

- Jika ada satu angka di belakang koma, artinya sama dengan angka per sepuluh, misalnya 0,2 sama dengan $2/10$
- Jika ada dua angka di belakang koma, artinya sama dengan angka per seratus, misalnya 0,73 sama dengan $73/100$
- Jika ada tiga angka di belakang koma, artinya sama dengan angka per seribu, misalnya 0,615 sama dengan $615/1.000$, dan seterusnya.

Angka 0 di akhir angka setelah koma dapat diabaikan, misalnya 0,520000 dapat ditulis sebagai: 0,52.

Sehingga cara mengubah bilangan desimal menjadi persen adalah mengubah bilangan menjadi per seratus (/100). Contoh: $0,325 = 325/1000 = 32,5/100 = 3,25\%$

Untuk lebih jelasnya dan sebagai latihan, kerjakanlah setiap soal di bawah ini!

1. Ubahlah $8\frac{3}{5}$ menjadi bentuk desimal dan persen!

Jawab:

2. Ubahlah 0,125 menjadi bentuk pecahan dan persen!

Jawab:

3. Ubahlah 93% menjadi bentuk pecahan dan desimal!

Jawab:

2. ARITMATIKA SOSIAL DAN APLIKASINYA

Aritmatika sosial adalah materi matematika yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari, seperti menghitung harga jual, harga beli, untung, rugi, diskon, rabat, bruto, netto, tara, tanggungan awal, tabungan ahir, bunga dll. Untuk memahami aritmatika sosial siswa harus memahami materi aljabar, operasi hitung pecahan dan persen sehingga mempermudah peserta didik dalam memahami dan menyelesaikan permasalahan yang ada dalam materi ini.

Nilai Keseluruhan dan Nilai Per-Unit

Nilai keseluruhan adalah nilai total dari seluruh unit yang ada, sedangkan nilai per-unit adalah nilai per satu satuan barang atau produk.

Contoh:

Diketahui harga tiap unit laptop adalah Rp 3.000.000. Sebuah perusahaan akan membeli 12 laptop untuk operasional kerja.

Tentukan nilai keseluruhan dan nilai per-unit?

Jawab: Nilai per-unit = Rp 3.000.000

Nilai keseluruhan = $12 \times \text{Rp } 3.000.000 = \text{Rp } 36.000.000$

Harga Penjualan, Laba, dan Rugi

Dalam dunia perdagangan sangat dikenal istilah laba dan rugi. Laba dan Rugi sangat bergantung pada harga pembelian dan harga penjualan. Laba akan diperoleh jika harga penjualan lebih besar dari harga pembelian dan sebaliknya.

Rumus Laba dan Rugi:

Laba = Harga Jual – Harga Beli

Rugi = Harga beli – Harga jual

Rumus Persentase Laba atau Rugi:

$$\text{Persentase Laba atau Rugi} = \frac{\text{Laba atau Rugi}}{\text{Harga Pembelian}} \times 100\%$$

Rumus Harga Pembelian dan Penjualan:

$$\text{Persentase laba} = \frac{(\text{Harga penjualan} - \text{Harga pembelian})}{\text{Harga pembelian}} \times 100\%$$

RABAT, BRUTO, TARA DAN NETO

Rabat

Rabat atau yang biasa disebut sebagai diskon dapat diartikan sebagai potongan harga atau pengurangan dari harga yang harus dibayar.

Bruto, Tara, dan Neto

- **Bruto** disebut juga berat kotor adalah : berat barang yang ditambah berat pembungkus
- **Neto** disebut juga berat bersih adalah barang/ isinya saja
- **Tara** adalah : berat tambahan seperti kotak atau pembungkus
Sehingga:

$$\text{Bruto} = \text{Neto} + \text{Tara}$$

PAJAK DAN BUNGA TABUNGAN

Pajak

Pajak adalah iuran wajib masyarakat kepada negara berdasarkan undang-undang dengan tidak membalas jasa secara langsung yang digunakan untuk membiayai pengeluaran umum guna meningkatkan kesejahteraan masyarakat.

Bunga

Ketika kita menabung di Bank maka kita akan mendapatkan bunga, jenis bunga ini adalah bunga tunggal yaitu yang mendapat bunga hanya modalnya saja, sedangkan bunganya tidak berbunga lagi.

Rumus perhitungan bunga:

$$B = W \times P \times U$$

Dimana:

B = Besar bunga (dalam 1 tahun)

W= Waktu lamanya menabung (dalam tahun)

P = Persen bunga

U = Uang yang ditabung

Untuk lebih memahami aritmatika sosial, selesaikan soal- soal di bawah ini!

1. Seorang pedagang beras membeli 1 ton beras seharga Rp 9.150.000. Beras tersebut akan dijual kembali dengan harga Rp 9.500 per kg. Untuk menjual beras tersebut pedagang tersebut harus menyediakan plastik sebagai pembungkus seharga Rp 67.000. Hitunglah!

- a. Berapa laba dan ruginya?
- b. Persentasenya!

Jawab:

2. Pak Amat menjual rumah dengan keuntungan 15%.Awalnya dia membeli rumah tersebut seharga Rp 300.000.000.Hitung harga penjualannya?

Jawab:

3. Di sebuah Mall tertuliskan diskon 30% untuk tas dengan harga awal Rp 180.000. Hitunglah harga tas tersebut setelah mendapatkan diskon!

Jawab:

4. Pak Tomi membeli kulkas seharga Rp 2.400.000 dan dikenai (PPn) Pajak Pertambahan Nilai sebesar 10%. Berapa uang yang harus dibayar Pak Tomi?

Jawab:

5. Bu Ani menabung di bank dengan bunga 15% setahun. Jika yang ditabung Rp 1.250.000. Hitunglah bunga yang diterima setelah 10 bulan

Jawab:

Melakukan perhitungan aritmatika dengan memanfaatkan kalkulator

Berikut ilustrasi cara menggunakan kalkulator:

Operasi	Fungsi
+	Penjumlahan
-	Pengurangan (bukan negatif)
x	Perkalian (Sering kali ada tombol x untuk variabel)
÷	Pembagian
^	Perpangkatan
y^x	y berpangkat x
$\sqrt{\quad}$ atau Sqrt	Akar pangkat
e^x	Eksponensial
sin	Fungsi sinus
\sin^{-1}	Fungsi arc sinus
cos	Fungsi cosinus
\cos^{-1}	Fungsi arc cosinus
tan	Fungsi tangen
\tan^{-1}	Fungsi arc tangen
ln	Log basis e
log	Log basis 10
(-) atau neg	Menunjukkan angka negatif
()	Tanda kurung untuk menunjukkan urutan perhitungan
π	Menyisipkan pi
Mode	Mengubah derajat dan radian

Latihan Soal

1. Ubahlah bilangan- bilangan di bawah ini menjadi bentuk persen!

a. $\frac{5}{20} =$

b. $12\frac{3}{4} =$

c. $0,09 =$

d. $6,15 =$

2. Tentukan hasilnya dalam bentuk persen

a. $2\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4} - 4\frac{1}{6} =$

b. $0,43 + 5,2 - 18\% =$

c. $125\% - \frac{4}{12} + 1,5 =$

3. Selesaikan soal cerita di bawah ini !

- a. Suatu percobaan fisika menggunakan larutan gula dan garam dengan jumlah seluruh larutan sebanyak 15 ml. Jika larutan gula yang digunakan sebanyak 10 ml, berapa persen larutan garam yang digunakan?
- b. Seorang nelayan berhasil memperoleh 25 ekor ikan salmon hasil tangkapannya. Jika 15 % ikan salmon ternyata sudah tidak segar lagi, berapa ekor ikan salmon yang masih segar?
- c. 20% dari seluruh peserta seminar kemaritiman adalah seorang pelaut. Jika jumlah pelaut yang mengikuti seminar adalah 18 orang, berapakah jumlah peserta yang mengikuti seminar?
- d. Jarak antara rumah Ahmad dan sekolah adalah 15 km. Jika Ahmad sudah menempuh jarak 60%, berapa km lagi jarak yang harus ditempuh Ahmad?
- e. Suatu toko sedang mengadakan promosi dengan memberikan diskon 10% bagi setiap pengunjung yang membeli barang- barang di tokonya. Jika saya membeli barang dengan total harga yang tercantum adalah Rp 325.000,00, berapakah jumlah uang yang saya harus bayarkan setelah diskon?

4. Seorang pedagang membeli 3 kodi pakaian dengan harga Rp 600.000,- perkodi. Pakaian tersebut ia jual kembali dengan harga Rp 400.000,- perlusin. Dalam waktu dua hari pakaian tersebut sudah habis. Keuntungan yang diperoleh pedagang tersebut adalah

5. Seorang pedagang membeli sebuah TV dengan harga Rp 2.000.000,-. Jika TV tersebut ia jual kembali dengan harga Rp 2.400.000,- maka persentase keuntungan yang diperoleh pedagang tersebut adalah

6. Seorang pedagang membeli 1 rim kertas A4 dengan harga Rp 50.000,-. Kertas tersebut dijual secara ecer per 5 lembar. Agar pedagang tersebut untung Rp 20.000,- dari hasil penjualan kertas itu, maka harga ecer per 5 lembar kertas adalah

7. Seorang pedagang membeli 20 kg salak seharga Rp 140.000,-. Setengahnya ia jual kembali dengan harga Rp 10.000,-/kg dan setengahnya lagi ia jual dengan harga Rp 6.000,- karena sudah mulai rusak. Jika seluruh salak terjual habis, maka keuntungan yang diperoleh pedagang adalah

8. Ibu membeli 1 lusin pensil dengan harga Rp 20.000,-. Jika pensil tersebut dijual lagi oleh ibu dengan harga Rp 2.000,- per batang, maka persentase untung yang diperoleh ibu dari penjualan seluruh pensil adalah

9. Seorang pedagang membeli barang dengan harga Rp20.000,00 dan dijual mendapatkan untung 20%. Harga penjualan barang tersebut adalah...

10. Sebuah koperasi membeli suatu barang dengan harga Rp500.000,00. Apabila koperasi sekolah itu menginginkan untung 20%, maka barang itu harus dijual dengan harga...

11. Bruto dari 6 kantong gula pasir adalah 180 kg dan memiliki tara sebesar 1,5%. Berat neto dari masing-masing kantong adalah...

12. Pak Budi membeli mobil dengan harga 125.000.000,00. Mobil tersebut kemudian dijual kembali dengan harga Rp120.000.000,00. Tentukan:
 - a) kerugian yang dialami Pak Budi
 - b) persentase kerugian

13. Seorang pedagang memiliki barang yang dijual dengan harga Rp126.000,00. Jika dari harga tersebut pedagang mendapatkan keuntungan 5%, tentukan harga pembelian barang!

14. Ayah memiliki tabungan di koperasi. Tabungan awal ayah adalah Rp12.800.000,00. Jika koperasi memberikan jasa berupa bunga simpanan sebesar 8% pertahun, tentukan jumlah jumlah tabungan ayah selama 18 bulan?

15. Setelah 9 bulan uang tabungan Rudi di sebuah bank berjumlah Rp 3.815.000,00. Jika bank memberi bunga 12% per tahun. Tabungan awal Rudi adalah...

ALJABAR

1. Memahami konsep aljabar
2. Menentukan hasil operasi matematika (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian) pada bentuk aljabar.
3. Mengidentifikasi sifat-sifat pada operasi hitung bentuk aljabar.
4. Membaca dan menafsirkan berbagai bentuk aljabar.
5. Penggunaan aljabar dalam menyelesaikan masalah matematika

1. ALJABAR DAN UNSUR- UNSURNYA

Pengertian Bentuk Aljabar

Aljabar adalah: Kalimat matematika yang melibatkan peubah (variabel), koefisien, konstanta (nilai tetap), dan operasi aljabar.

- Variabel (peubah) = sesuatu yang belum diketahui nilainya → biasanya dilambangkan dengan huruf kecil.

- Koefisien = sesuatu yang berada di depan variabel → biasanya berupa bilangan

-Konstanta = nilai tetap yang tidak berubah → berupa bilangan

Contoh bentuk umum aljabar : $9a^2 + 15b - 30$, tentukanlah: Variabel, koefisien dan konstantanya!

Contoh operasi aljabar:

$$a + a + a = 3a,$$

$$5 \times a = 5a$$

$$a \times a = a^2$$

$$a \times b = ab$$

Penjumlahan Bentuk Aljabar

Menjumlahkan bentuk aljabar adalah menyederhanakan suku- suku aljabar

$$\text{Contoh: } 2x^2 + 9x^2 = (2+9)x^2 = 11x^2$$

Pengurangan Bentuk Aljabar

Artinya kurangkan a dari b, ditulis: $b - a$, sedangkan kurangkan a oleh b, ditulis: $a - b$

$$\text{Contoh: 1. Kurangkan } 29a \text{ dari } 100a = 100a - 29a = 71a$$

$$2. \text{ Kurangkan } 17b^2 \text{ oleh } 35b^2 = 17b^2 - 35b^2 = -18b^2$$

Perkalian Bentuk Aljabar

a. Bentuk distributif

$$x(b+c) = xb + xc$$

b. perkalian dua suku dua suku

$$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d)$$

$$(a - b)(c + d) = a(c + d) - b(c + d)$$

Pembagian Bentuk Aljabar

Pada pembagian bentuk aljabar memiliki sifat yang sama dengan pangkat suatu bilangan

Perpangkatan Bentuk Aljabar

a. kuadrat suku satu

$$b^2 = b \times b$$

b. kuadrat suku dua

Koefisien bentuk aljabar berdasarkan segitiga pascal, untuk:

$$-(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ dan } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$-(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

- dan seterusnya

Pemfaktoran

- Faktorisasi adalah: mengubah penjumlahan aljabar menjadi perkalian faktor- faktornya

a. Bentuk distributif

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$ab - ac = a(a - c)$$

$$\text{contoh : } 15p^2 + 6p^2 = 3p(5p + 2p)$$

b. Bentuk selisih kuadrat

$$\text{Rumus: } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\text{contoh : } 36x^2 - 16 = (6x + 4)(6x - 4)$$

c. Bentuk kuadrat sempurna

$$\text{Rumus: } a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\text{Contoh: } y^2 + 12y + 36 = (y + 6)^2$$

d. Bentuk: $ax^2 + bx + c$, dengan $a = 1$

$$\text{Rumus: } x^2 + bx + c = (x + p)(x + q) \text{ dengan syarat: } pq = c \text{ dan } p + q = b$$

$$\text{Contoh: } x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

f. Bentuk: $ax^2 + bx + c$, dengan $a \neq 1$

$$\text{Rumus: } x^2 + bx + c = \frac{(ax+p)(ax+q)}{a} = \text{dengan syarat: } pq = ac \text{ dan } p + q = b$$

g. Rumus a, b, c

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dimana: $a =$ koefisien x^2

$b =$ koefisien x

$c =$ bilangan konstanta

Contoh: gunakan rumus a,b,c untuk menyelesaikan persamaan kuadrat berikut:

$$3x^2 - x - 10$$

$$\text{Jawab: } x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(3)(-10)}}{2(3)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - (-120)}}{6}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{6}$$

$$= \frac{-1 \pm 11}{6}$$

$$x_1 = \frac{-1+11}{6} = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{-1-11}{6} = \frac{-12}{6} = -2$$

Himpunan penyelesaiannya (hp) = $(1\frac{2}{3}, -2)$

h. Menyederhanakan pecahan aljabar

Untuk memudahkan menyederhanakan pecahan aljabar bentuk aljabar yang bisa difaktorkan sebaiknya difaktorkan terlebih dahulu kemudian dibagi dengan bilangan yang sama (fpb nya)

$$\text{Contoh: } \frac{6x^2 - 9x}{3x} = \frac{3x(2x-3)}{3x} = 2x - 3$$

2. PENGGUNAAN ALJABAR DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA

Aljabar adalah salah satu cabang matematika yang mempelajari tentang pemecahan masalah menggunakan simbol – simbol sebagai pengganti konstanta dan variabel (wikipedia). Banyak masalah dalam kehidupan sehari-hari yang melibatkan perhitungan matematika.

Masalah-masalah tersebut dapat diselesaikan dengan memanfaatkan aljabar, yaitu dengan cara membuat model matematika yang berkaitan dengan masalah tersebut, baru kemudian dapat dicari hasilnya.

Contoh soal:

1. Harga 3 buah buku dan 5 pensil adalah Rp. 42.000,00. Jika harga sebuah buku adalah 3 kali harga sebuah pensil, tentukanlah harga masing-masing pensil dan buku.

Penyelesaiannya:

Misalkan harga sebuah pensil = x rupiah maka harga 5 pensil = $5x$ rupiah
harga sebuah buku adalah 3 kali harga sebuah pensil,
maka harga sebuah buku = $3x$ rupiah.

Jadi, harga 5 buah pensil = $5x$ rupiah dan harga 3 buah buku = $9x$ rupiah.

Jadi, harga 3 buku dan 5 pensil adalah Rp. 42.000,00.

Berarti $5x + 9x = \text{Rp. } 42.000,00$, inilah yang disebut model matematikanya.

$$5x + 9x = 42.000$$

$$14x = 42.000$$

$$x = 3.000$$

Jadi, harga sebuah pensil adalah Rp. 3.000,00 dan harga sebuah buku adalah $3 \times \text{Rp. } 3.000,00 = \text{Rp. } 9.000,00$.

2. Diketahui usia seorang ayah 4 kali usia anaknya. Lima tahun kemudian, usia ayah 3 kali usia anaknya. Tentukan masing-masing usia ayah dan anaknya!

Penyelesaiannya:

Misalkan

usia ayah = x

usia anak = y

Diperoleh persamaan :

i. $x = 4y$ --> *usia ayah 4 kali usia anaknya*

ii. $x + 5 = 3(y + 5)$ --> *lima tahun kemudian usia ayah 3 kali usia anaknya*

Substitusi persamaan i ke dalam persamaan ii :

$$\Rightarrow x + 5 = 3(y + 5)$$

$$\Rightarrow 4y + 5 = 3y + 15$$

$$\Rightarrow 4y - 3y = 15 - 5$$

$$\Rightarrow \mathbf{y = 10}$$

masukkan $y = 10$ ke dalam persamaan i :

$$\Rightarrow x = 4y$$

$$\Rightarrow x = 4 \times 10$$

$$\Rightarrow \mathbf{x = 40}$$

Jadi usia ayah (x) = 40 tahun dan usia anak (y) = 10 tahun.

Latihan soal:

1. (i) $4a = a + a + a + a$

(iv) $3\left(\frac{1}{3}a\right) = \frac{1}{3}a + \frac{1}{3}a + \frac{1}{3}a$

(ii) $a^3 = a + a + a$

(v) $a^2 = a \times a$

Definisi yang benar adalah.....

2. Tentukan: koefisien x^2 , koefisien x , dan bilangan konstanta suku aljabar berikut ini!

a. $4x^2 + x - 4$

b. $3x^2 - 2x + 7$

c. $x^2 + 3x + 5$

d. $9x^2 - 6x$

3. Sederhanakan operasi aljabar di bawah ini!

a. $7x - 4y + 6 - 4x + y - 6 =$

b. $8a^2 - 9a - 3a^2 + 14a =$

c. $9 - 4(2x + 5) =$

d. $5(2x - 3y) - 2(4x + 6y) =$

e. $12a - 4(2a + b) =$

f. Jika $A = 3x^2 + 2x$ dan $B = 4x - x^2$

maka nilai $4A - 3B =$

g. Jika $P = 2xy + 10x$ dan $Q = 5x - 3xy$

maka nilai $P + 2Q =$

h. Bila $p = 4$, $q = -3$, dan $r = -2$, maka nilai:

$(3p + q - 2r) - (2p - 3q + r) =$

i. Hasil pengurangan $-2(3p + 2)$ dari $2p + 6$ adalah....

j. Hasil pengurangan $-3(5p + q)$ dari $4p - 7q$ adalah....

4. Tentukan hasil perkalian dan pembagian bentuk aljabar di bawah ini!

a. $\frac{3pq}{4r} \times \frac{20r^2}{15p} =$

b. $\frac{8p^3q}{3r^2} \times \frac{9r^3}{6p^2q} =$

c. $24a^3b^2c : a^2b =$

d. $-27k^3l^2m^3 : 9k^2lm^3 =$

5. Jabarkan dan sederhanakanlah!

a. $(2x + 3y)(x - 4y) =$

b. $(a + 3b)(a - 3b) =$

c. $(4a - 5b)(3a + b) =$

d. $(3x^2 - 2y^2)(4x^2 - 5y^2) =$

e. $(x - 4y)(x^2 + 4xy + 16y^2) =$

6. a. FPB dari: $4a^3bc^4$, $6ab^3c^2$, dan $8b^2c^3d$ adalah....

b. KPK dari: $8p^2q^3r$, $12q^2r^2s^3$, dan $24qr^3s$ adalah...

7. Tentukan hasil dari:

a. $\frac{5x-2y}{3} + \frac{x+2y}{4} =$

b. $\frac{5}{2x} + \frac{7}{3x} + \frac{3}{8x} =$

c. $\frac{5ab^2}{12c^3} : \frac{15a^4}{8c} \times \frac{5b}{7a^2c} =$

d. $\frac{3}{2ab} + \frac{4a^3b}{5c} \times \frac{15c^3}{2a^2bc} =$

e. $\frac{a}{b^2c} : \frac{a^2b}{b^2c^2} + \frac{ab^2}{a} \times \frac{c}{b} =$

8. Tentukan hasil perpangkatan bentuk aljabar di bawah ini!

a. $(3x + 5)^2 =$

b. $(2x - 3y)^2 =$

c. $(x + 3y)^3 =$

d. $(a - 4)^4 =$

e. $\left(\frac{18a^2bc}{6ab^2}\right)^2 =$

f. $(3p + 2q)^3 =$

9. Faktorkan bentuk aljabar di bawah ini!

a. $x^2 - 8x + 16 =$

b. $14x^2 + 3x - 2 =$

c. $96 - 4a - a^2 =$

d. $6x^2 + 28x + 30 =$

e. $12x^2 + 2x - 30 =$

f. $18mn - 30m^2np^3 =$

g. $49y^2 - 25 =$

h. $y^2 + 12y + 36 =$

i. $8x^2 + 53x - 21 =$

j. $99x^2 - 5x - 6 =$

10. Sederhanakanlah pecahan aljabar di bawah ini!

a. $\frac{x^2 - 9x}{x^2 - 4x - 45} =$

b. $\frac{3}{a+2} - \frac{a-5}{a^2-4} =$

c. $\frac{a^2}{a^2+a-12} : \frac{a^2+3a}{2a-6} =$

d. $\frac{x^2+x-56}{7-x} =$

e. $\frac{3x^2-2x-8}{6x^2+11x+4} =$

11. Suatu persegi mempunyai luas $(y^2 - 6y + 9)$ cm² dengan y bilangan asli tertentu. Panjang sisi persegi tersebut dalam variabel y adalah...

12. Jika suatu persegi panjang mempunyai ukuran $p \times l = (y^2 + y - 12) \text{ cm}^2$, maka lebar persegi panjang tersebut adalah....
13. Sebuah bilangan dinyatakan dalam bentuk $(2x^2 + 5x - 3)$. Salah satu faktor dari bilangan tersebut adalah....
14. Andi dan Rudi masing- masing memiliki kartu yang bertuliskan angka, dimana angka Andi lebih besar 3 dari angka Rudi. Jika selisih kuadrat dari angka keduanya sama dengan 45, maka kartu Rudi bertuliskan angka.....
15. Panjang suatu persegi panjang adalah $(4x + 2) \text{ cm}$ dan lebarnya adalah $(3x - 1) \text{ cm}$. Jika keliling persegi panjang tersebut = 100 cm, maka tentukanlah:
- Persamaan dalam x yang menyatakan kelilingnya!
 - Tentukan nilai x !
 - Luas persegi panjang tersebut!

TRIGONOMETRI (ILMU UKUR SEGITIGA)

1. Menentukan ukuran sudut dalam derajat dan radian
2. Jenis- jenis sudut, penyiku dan pelurusnya
3. Hubungan antara sisi dan sudut dalam segitiga
4. Teorema Pythagoras

1. MENENTUKAN UKURAN SUDUT DALAM DERAJAT DAN RADIAN

Definisi ukuran sudut dalam derajat:

$$1^\circ = \frac{1}{360} \text{putaran,} \quad \text{dimana: } 1^\circ = 60 \text{ menit (} 60' \text{)} \quad 1' = 60 \text{ detik (} 60'' \text{)}$$

Definisi ukuran sudut dalam radian:

Adalah: Besar sudut yang dihasilkan oleh perputaran sebesar jari- jari lingkaran

Hubungan antara ukuran derajat dengan ukuran radian:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad dan} \quad 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

Atau:

$$1 \text{ derajat} = 1 \times \frac{\pi}{180 \text{ radian}} \quad 1 \text{ radian} = 1 \times \frac{180 \text{ derajat}}{\pi}$$

Contoh soal:

1. Nyatakan sudut 50° dan 89° ke dalam radian!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 50^\circ &= 50^\circ \times \pi/180^\circ \\ 89^\circ &= 89^\circ \times \pi/180^\circ \\ &= 0,277\pi = 0,494\pi \\ &= 0,277 (3,14) = 0,494 (3,14) \\ &= 0,87 \text{ radian} = 1,55 \text{ radian} \end{aligned}$$

2. Nyatakan sudut $0,45$ radian dan $0,89$ radian ke dalam satuan derajat!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 0,45 \text{ radian} &= 0,45 \times 180^\circ/\pi \\ 0,89 \text{ radian} &= 0,89 \times 180^\circ/\pi \\ &= 25,80^\circ = 51,02^\circ \end{aligned}$$

3. Nyatakan besar sudut berikut ke dalam satuan radian!

a. $30^\circ 20' 15''$

b. $106^\circ 20'$

Penyelesaian:

a. kita ketahui bahwa:

$$1'' = (1/3600)^\circ$$

$$1' = (1/60)^\circ$$

$1^\circ = 0,0174$ radian, maka:

$$\begin{aligned} 30^\circ 20' 15'' &= 30^\circ + 20.(1/60)^\circ + 15.(1/3600)^\circ = (108000/3600)^\circ + (1200/3600)^\circ + (15/3600)^\circ \\ &= (109215/3600)^\circ \\ &= (109215/3600).0,0174 \text{ radian} \\ &= 0,53 \text{ rad} \end{aligned}$$

b. kita ketahui bahwa:

$$1' = (1/60)^\circ$$

$1^\circ = 0,0174$ radian, maka:

$$106^\circ 20' = 106^\circ + 20.(1/60)^\circ$$

$$= (318/3)^\circ + (1/3)^\circ$$

$$= (319/3)^\circ$$

$$106^\circ 20' = (319/3).0,0174 \text{ radian}$$

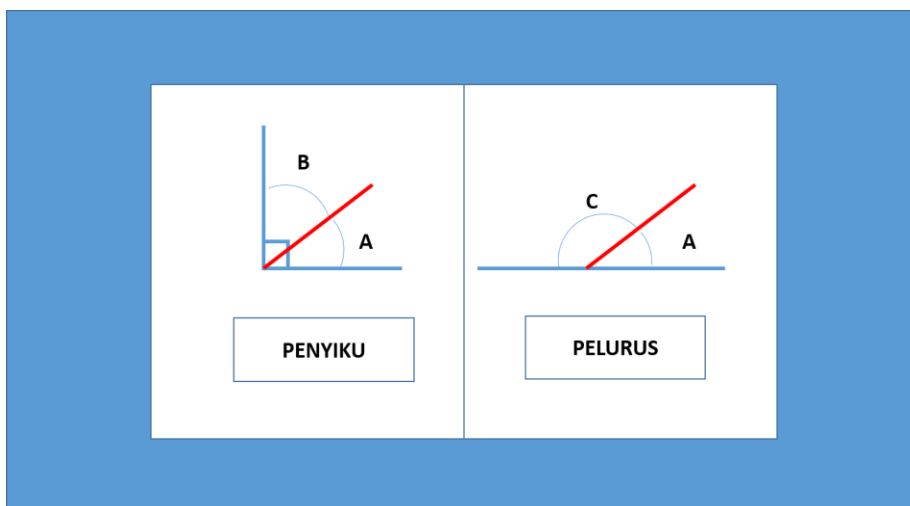
$$= 1,85 \text{ rad.}$$

2. JENIS- JENIS SUDUT, PENYIKU DAN PELURUSNYA

Berdasarkan besar sudut, sudut dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu:

1. **Sudut lancip** → besar sudut terletak antara 0° dan 90° atau antara 0 rad dan $\frac{1}{2}\pi$ rad
2. **Sudut tumpul** → besar sudut tersebut terletak antara 90° dan 180° atau antara $\frac{1}{2}\pi$ rad dan π rad
3. **Sudut refleks** → besar sudut tersebut terletak antara 180° dan 360° atau antara π rad dan 2π rad

Perhatikan keterangan gambar di bawah ini!



Misalkan sudut yang kita maksud adalah $\angle A$, maka:

Penyiku

Penyiku dari $\angle A$ adalah sudut yang membuatnya menjadi 90 derajat

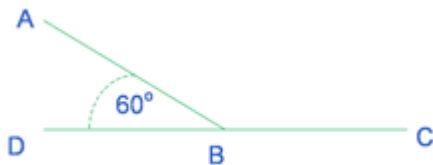
Jadi penyiku $\angle A$ adalah $\angle B$.

Pelurus Pelurus dari $\angle A$ adalah sudut yang membuatnya menjadi 180 derajat

Jadi pelurus dari $\angle A$ adalah $\angle C$

Contoh soal:

1. Penyiku dari sudut 50° adalah....
2. Pelurus dari sudut 100° adalah...
3. Dua garis ditunjukkan seperti gambar berikut:



Besar sudut ABC adalah....

Jawaban:

1. $90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$, jadi penyiku sudut 50° adalah sudut 40°
2. $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$, jadi pelurus sudut 100° adalah sudut 80°
3. Besar sudut ABC adalah pelurus sudut $60^\circ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

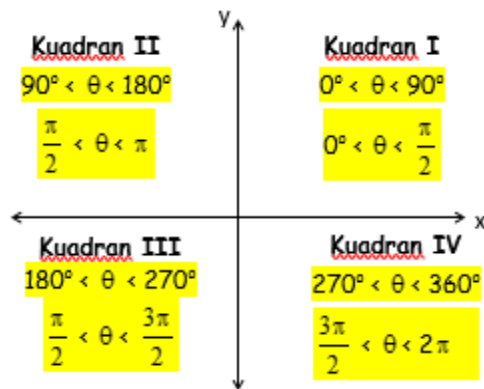
3. HUBUNGAN ANTARA SISI DAN SUDUT DALAM SEGITIGA

TRIGONOMETRI

Ilmu matematika yang mempelajari hubungan antara sisi dan sudut dalam segitiga sering disebut dengan **trigonometri**. Rumus identitas trigonometri menyatakan hubungan antar fungsi trigonometri, meliputi fungsi sinus (sin), cosinus (cos), tangen (tan), cosecan (cosec), secan (sec), dan cotangen (cotan).

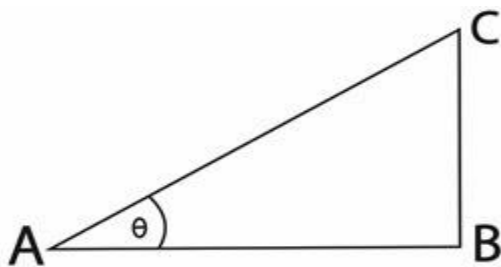
Dasar untuk mengukur besaran sudutnya seperti suatu lingkaran yang dibagi menjadi empat bagian, yang dinamakan kuadran yaitu **Kuadran I, II, III dan kuadran IV** seperti gambar di bawah ini!

1. Pembagian Sudut dalam Trigonometri



2. Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku

Perhatikanlah gambar berikut!



Jika dipandang dari sudut θ , maka sisi BC disebut sisi depan, sisi AB disebut sisi samping, dan sisi AC disebut sisi miring.

Jika sisi AB = x, sisi BC = y, dan sisi AC = r, maka:

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \quad \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\operatorname{Cosec} \theta = \frac{r}{y} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\operatorname{Sec} \theta = \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos \theta}$$

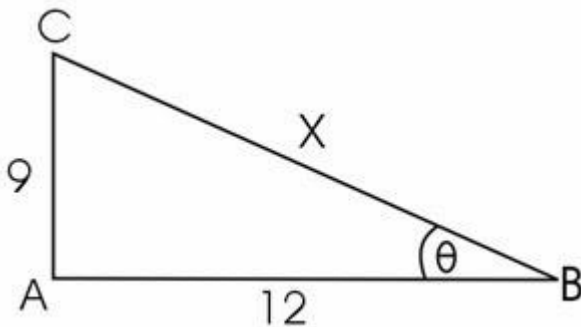
$$\operatorname{Cotan} \theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

Sudut-Sudut Istimewa: sin, cos, tan: 0, 30, 45, 60, 90 derajat

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

Contoh soal:

1. Perhatikan gambar berikut!



Diketahui panjang AC = 9 cm, dan panjang AB = 12 cm, dengan sudut $b = \theta$.

Tentukan nilai dari sin θ , cos θ , dan tan θ !

Pemecahan:

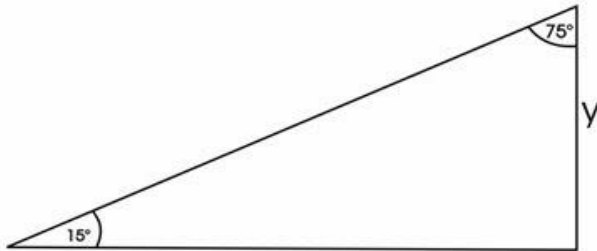
$$CB^2 = AC^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$\sin \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \cos \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \quad \tan \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

2. Jika $\sin 15^\circ = y$. Tentukan nilai trigonometri berikut dalam y !

- a. $\cos 15^\circ$ c. $\sin 75^\circ$ e. $\tan 75^\circ$ g. $\cotan 75^\circ$
 b. $\tan 15^\circ$ d. $\cos 75^\circ$ f. $\operatorname{cosec} 15^\circ$ h. $\sec 75^\circ$

Pemecahan:



$$\sin 15^\circ = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}} = \frac{y}{1} = y \quad \text{sisi miring} = 1$$

sisi samping = $\sqrt{\text{sisi miring}^2 - \text{sisi depan}^2} = \sqrt{1^2 - y^2} = \sqrt{1 - y^2}$, sehingga:

$$\text{a. } \cos 15^\circ = \frac{x}{1} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{1} = \sqrt{1-y^2}$$

$$\text{b. } \tan 15^\circ = \frac{y}{x} = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$\text{c. } \sin 75^\circ = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{1} = \sqrt{1-y^2}$$

$$\text{d. } \cos 75^\circ = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$$

$$\text{e. } \tan 75^\circ = \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{y}$$

$$\text{f. } \operatorname{cosec} 15^\circ = \frac{1}{\sin 15^\circ} = \frac{1}{y}$$

$$\text{g. } \cotan 75^\circ = \frac{1}{\tan 75^\circ} = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$\text{h. } \sec 75^\circ = \frac{1}{\cos 75^\circ} = \frac{1}{y}$$

4. TEOREMA PYTHAGORAS

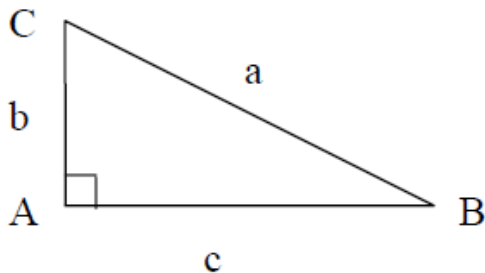
Teorema Pythagoras adalah teori yang menunjukkan antara sisi-sisi dalam segitiga siku-siku.

Selain dalam matematika, Pythagoras juga digunakan dalam bidang ilmu lainnya seperti fisika, astronomi dan lain sebagainya. Pythagoras juga tidak hanya digunakan untuk menghitung bidang dua dimensi, ini juga digunakan dalam perhitungan bangun 3 dimensi.

Teorema Pythagoras ini pertama kali ditemukan oleh seorang ahli matematika berkebangsaan Yunani bernama Pythagoras.

Teorema Pythagoras menjelaskan mengenai hubungan antara panjang sisi pada segitiga siku-siku. Bunyi Teorema Pythagoras yaitu "Pada segitiga siku-siku, kuadrat sisi terpanjang adalah sama dengan jumlah kuadrat sisi-sisi penyikunya.

Dengan teorema tersebut, maka hubungan sisi-sisi dalam segitiga siku-siku dapat ditulis:

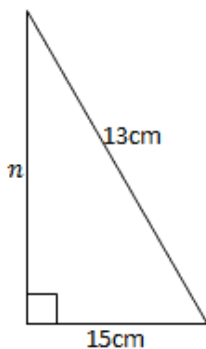


$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \text{ Keterangan:}$$

BC = sisi terpanjang atau hipotenusa $a^2 = b^2 + c^2$ AC dan AB = sisi penyiku

Untuk lebih jelasnya, **selesaikan soal di bawah ini!**

1. Nilai dari n pada gambar dibawah ini adalah...

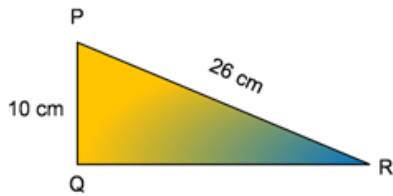


2. Panjang sisi belah ketupat masing-masing adalah 20 cm. Jika panjang salah satu diagonalnya 32 cm, hitunglah luas belah ketupat tersebut!

3. Panjang kedua diagonal belah ketupat memiliki perbandingan 3:4. Jika jumlah kedua diagonal 28 cm, hitunglah keliling belah ketupat tersebut!

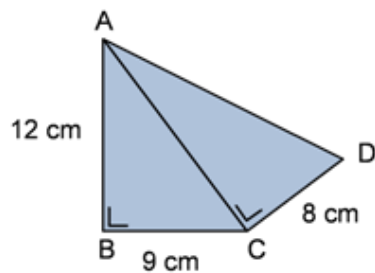
4. Sebuah segitiga siku-siku memiliki sisi siku- sikunya masing- masing 6 cm dan 8 cm, tentukan panjang hipotenusanya!

5. Diberikan sebuah segitiga siku-siku pada gambar berikut ini, tentukan berapa luasnya!



6. Sebuah segitiga siku-siku memiliki sisi miring sepanjang 35 cm dan sisi alas memiliki panjang 28 cm. Tentukanlah keliling segitiga tersebut!

7. Hitunglah luas dan keliling bangun di bawah ini!



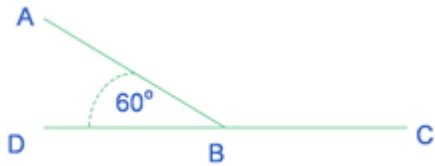
8. Terdapat dua buah tiang dengan tinggi masing-masing 24 meter dan 14 meter. Tiang tersebut berjarak 22 meter satu sama lain. Pada ujung kedua tiang dipasang sebuah kawat penghubung. Hitunglah panjang kawat tersebut!

9. Sebuah kapal berlayar sejauh 15 km ke arah Utara, lalu berbelok ke arah Barat sejauh 36 km. hitunglah berapa jarak dari titik awal keberangkatan kapal ke titik akhir!
10. Diketahui sebuah persegi panjang berukuran panjang 24 cm dan diagonalnya 30 cm. Hitunglah luas dan kelilingnya!
11. Suatu segitiga sama kaki mempunyai alas yang panjangnya 20cm dan masing- masing kakinya 15cm. Maka tentukan tinggi dan luas segitiga sama kaki tersebut!
12. Diketahui sebuah persegi panjang berukuran panjang 24 cm dan diagonalnya 30 cm. Hitunglah lebar persegi panjang tersebut!

Latihan Soal

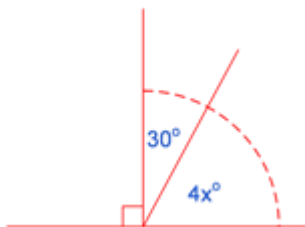
1. Nyatakan 89° ke dalam satuan radian!
2. Nyatakan sudut 0,45 ke dalam satuan derajat!
3. Nyatakan besar sudut berikut ke dalam satuan radian!
a. $30^\circ 20' 15''$ b. $45^\circ 30' 45''$
4. Nyatakan dalam derajat, menit , dan detik!
a. $15,45^\circ$ b. $38,72^\circ$

5. Dua garis ditunjukkan seperti gambar berikut:



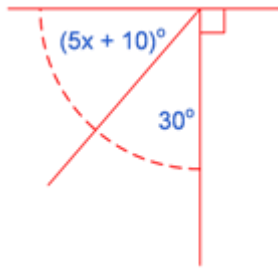
Besar sudut ABC adalah....

6. Diberikan gambar berikut!



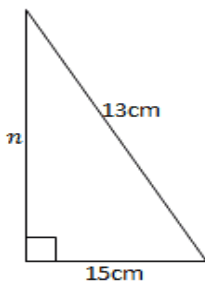
Nilai x adalah....

7. Tiga buah garis disusun seperti gambar berikut.

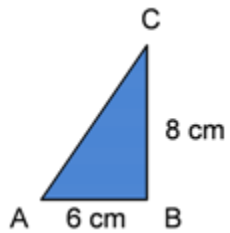


Nilai x adalah....

8. Nilai dari n pada gambar dibawah ini adalah...

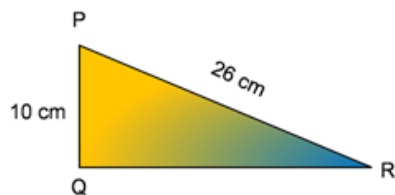


9. Diberikan sebuah segitiga siku-siku pada gambar berikut ini:



Tentukan panjang sisi miring segitiga!

10. Diberikan sebuah segitiga siku-siku pada gambar berikut ini:



Tentukan panjang sisi alas segitiga!

11. Sebuah segitiga siku-siku memiliki sisi miring sepanjang 35 cm dan sisi alas memiliki panjang 28 cm. Tentukanlah luas segitiga tersebut!

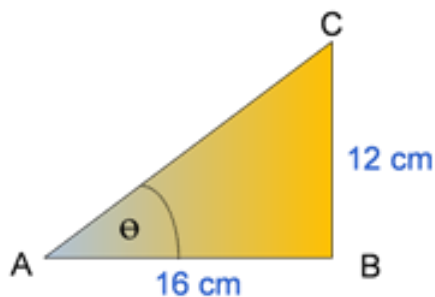
12. Sebuah kapal berlayar sejauh 15 km ke arah Utara, lalu berbelok ke arah Barat sejauh 36 km. hitunglah berapa jarak dari titik awal keberangkatan kapal ke titik akhir!

13. Diketahui segitiga ABC siku- siku di A, panjang BC= 13cm dan AB= 5cm. Hitunglah keliling segitiga tersebut!

14. Jika panjang hipotenusa= 29cm dan salah satu sisi siku-sikunya= 19cm, maka panjang sisi yang lainnya adalah..

15. Suatu segitiga sama kaki mempunyai alas yang panjangnya 20cm dan masing- masing kakinya 15cm. Maka tentukan tinggi dan luas segitiga sama kaki tersebut!

16. Diberikan sebuah segitiga siku-siku seperti gambar berikut ini.



Tentukan:

- | | | | |
|----------------------------------|------------------|--------------------|------------------|
| a. panjang AC | b. $\sin \theta$ | c. $\cos \theta$ | d. $\tan \theta$ |
| e. $\operatorname{cosec} \theta$ | f. $\sec \theta$ | d. $\cotan \theta$ | |

PENGUKURAN LUAS DAN VOLUME

1. Menyatakan dan menggunakan rumus untuk mencari luas bangun datar
2. Bangun datar lingkaran dan bagian- bagiannya
3. Menyatakan dan menggunakan rumus untuk mencari volume bangun ruang
4. Menyatakan dan menggunakan rumus bangun gabungan

PENGUKURAN LUAS BANGUN DATAR

Pengukuran merupakan kegiatan membandingkan suatu besaran yang diukur dengan alat ukur yang digunakan sebagai satuan.

Sesuatu yang dapat diukur dan dapat dinyatakan dengan angka disebut besaran. Perbandingan dalam suatu pengukuran disebut satuan. Satuan yang digunakan untuk melakukan pengukuran dengan hasil yang sama atau tetap untuk semua orang disebut satuan baku.

Standar untuk Satuan Pokok Panjang Standar untuk satuan pokok panjang dalam SI adalah meter (m). Satu meter standar sama dengan jarak yang ditempuh oleh cahaya dalam ruang hampa (vakum) pada selang waktu $1/299\,792\,458$ sekon. Satuan panjang dapat diturunkan dari satu meter standar yang telah ditentukan sebagai berikut : a. 1 desimeter (dm) = 0,1 m b. 1 sentimeter (cm) = 0,01 m c. 1 milimeter (mm) = 0,001 m d. 1 dekameter (dam) = 10 m e. 1 hektometer (hm) = 100 m f. 1 kilometer (km) = 1000 m

Satuan massa dapat diturunkan dari satu kilogram standar yang telah ditentukan sebagai berikut :

- a. 1 ton = 1.000 kg
- b. 1 kuintal = 100 kg
- c. 1 dekagram (dag) = 0,01 kg
- d. 1 gram (g) = 0,001 kg
- e. 1 miligram (mg) = 0,000001 kg
- f. 1 mikrogram (μg) = 0,000000001kg

Bangun Datar: Secara sederhana dibedakan atas bangun segitiga, segi empat dan segi banyak.

Adapun bangun datar secara lengkap sebagai berikut:

1. Persegi
2. Persegi Panjang
3. Segitiga
4. Jajar Genjang
5. Trapesium
6. Lingkaran
7. Belah Ketupat
8. Layang-layang

1. PERSEGI



Keterangan : s = panjang sisi persegi

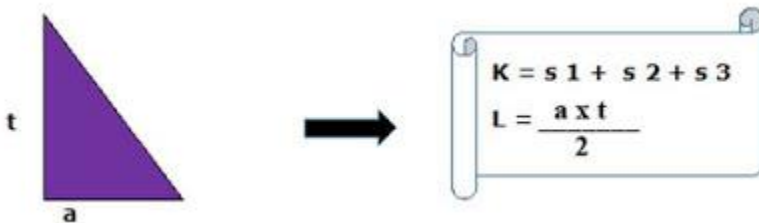
2. PERSEGI PANJANG



Keterangan :

p = panjang persegi panjang, l = lebar persegi panjang

3. SEGITIGA



Keterangan :

Keliling = jumlah semua sisi

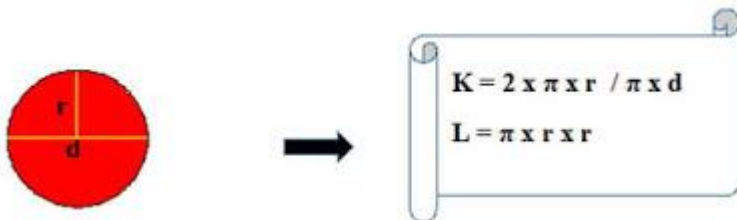
a = panjang alas segitiga

t = tinggi segitiga

Cara mencari panjang sisi miring segitiga siku-siku dengan menggunakan rumus:

$a^2 + b^2 = c^2$ (Rumus pythagoras)

4. LINGKARAN



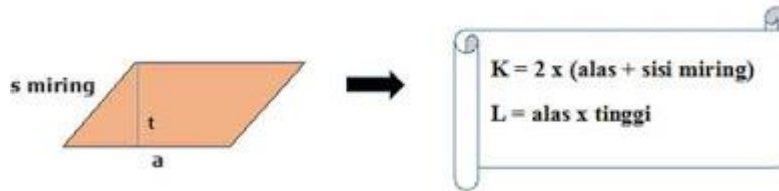
Keterangan :

r = jari-jari

d = diameter

π (pi) = $\frac{22}{7}$ atau 3,14

5. JAJAR GENJANG



Keterangan :

a = panjang alas jajaran genjang, t = tinggi jajaran genjang

6. BELAH KETUPAT



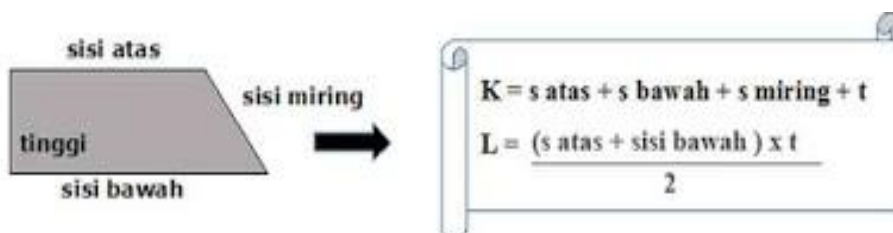
Keterangan :

Keliling = jumlah semua sisi

d1 = diagonal 1

d2 = diagonal 2

7. TRAPESIUM



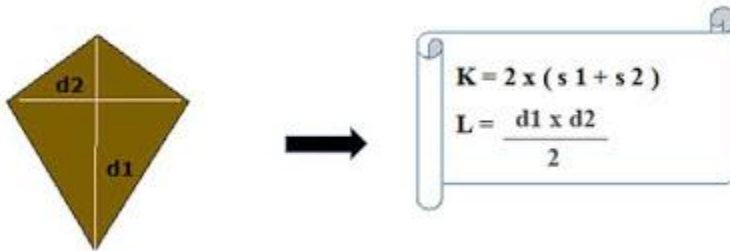
Keterangan :

Keliling = jumlah semua sisi

Sisi bawah (s1) dan sisi atas (s2) adalah sisi-sisi sejajar pada trapesium

t = tinggi trapesium

8. LAYANG-LAYANG



Keterangan :

Keliling = jumlah semua sisi

d1 = diagonal 1

d2 = diagonal 2

Untuk lebih memahami bangun datar, selesaikan soal di bawah ini!

1. Hitunglah luas dan keliling sebuah persegi yang memiliki panjang sisi 28 cm!
2. Sebuah trapesium yang mempunyai luas 560 cm^2 dan tinggi 20 cm. Hitunglah panjang sisi alas dan panjang sisi atas pada trapesium tersebut!
3. Hitunglah luas trapesium dengan jumlah sisi sejajar = 68 cm dan tinggi 28 cm!
4. Diketahui sebuah trapesium sama kaki, kedua sisi sejajar panjangnya 44 cm sedangkan panjang sisi miringnya masing-masing 15 cm. Hitunglah panjang keliling trapesium!

5. Sebuah lapangan berbentuk lingkaran berdiameter 60 m. Andi berlari mengelilingi lapangan tersebut 3 kali. Hitunglah jarak yang ditempuh Andi!

6. Sebuah lapangan berbentuk persegi panjang berukuran 250 m x 200 m. Rudi berlari mengelilingi lapangan tersebut 3 kali. Hitunglah jarak yang ditempuh Rudi dalam satuan km!

7. Diketahui panjang sisi miring segitiga siku-siku adalah 26 cm dan alasnya adalah 24 cm. Hitunglah luas segitiga tersebut!

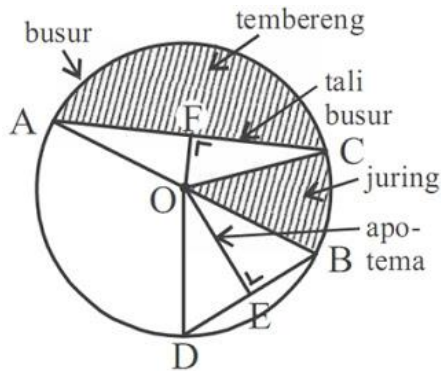
8. Sebuah jajargenjang luasnya 450 cm^2 . Jika panjang alas jajargenjang tersebut $6x$ dan tingginya $3x$, maka hitunglah panjang alas dan tinggi jajargenjang tersebut!

9. Diketahui suatu layang-layang memiliki luas 221 cm^2 . Jika panjang salah satu diagonalnya adalah 17 cm, maka berapakah panjang diagonal yang lain?

10. Jika belah ketupat ABCD luasnya 350 cm^2 . Panjang diagonal-diagonalnya adalah $4n$ dan $7n$. Tentukan panjang diagonal-diagonalnya !

Bangun datar lingkaran dan bagian- bagiannya

Perhatikan gambar daerah lingkaran di bawah ini.



1) Titik Pusat

Titik pusat lingkaran adalah titik yang terletak di tengah-tengah lingkaran.

2) Jari-Jari (r)

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, jari-jari lingkaran adalah garis dari titik pusat lingkaran ke lengkungan lingkaran.

3) Diameter (d)

Diameter adalah garis lurus yang menghubungkan dua titik pada lengkungan lingkaran dan melalui titik pusat.

4) Busur

Dalam lingkaran, busur lingkaran merupakan garis lengkung yang terletak pada lengkungan lingkaran dan menghubungkan dua titik sebarang di lengkungan tersebut.

5) Tali Busur

Tali busur lingkaran adalah garis lurus dalam lingkaran yang menghubungkan dua titik pada lengkungan lingkaran. Berbeda dengan diameter, tali busur tidak melalui titik pusat.

6) Tembereng

Tembereng adalah luas daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh busur dan tali busur.

7) Juring

Juring lingkaran adalah luas daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua buah jari-jari lingkaran dan sebuah busur yang diapit oleh kedua jari-jari lingkaran tersebut.

8) Apotema

Pada sebuah lingkaran, apotema merupakan garis yang menghubungkan titik pusat lingkaran dengan tali busur lingkaran tersebut. Garis yang dibentuk bersifat tegak lurus dengan tali busur.

Bangun ruang

Secara sederhana dibedakan atas bangun ruang limas dan prisma.

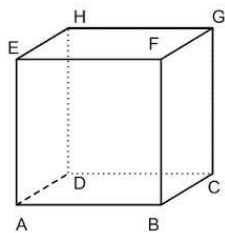
Prisma memiliki bentuk alas dan atasnya sama sedangkan limas atapnya mengerucut (membentuk titik sudut)

Adapun bangun ruang secara lengkap sebagai berikut:

1. Kubus
2. Balok
3. Bola
4. Tabung atau silinder
5. Kerucut
6. Limas segiempat
7. Prisma segitiga

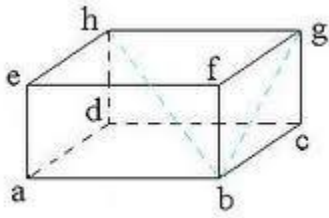
Jika diperhatikan dengan seksama, dalam ilmu matematika bangun ruang dibentuk dari gabungan bangun datar. Misalnya kubus dibentuk dari persegi, bola dibentuk dari lingkaran, limas segi empat dibentuk dari persegi dan segitiga, dan lain seterusnya.

1. KUBUS



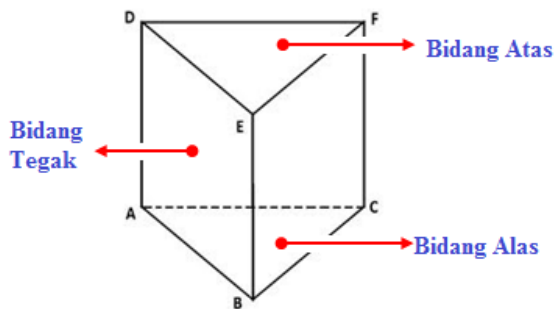
- Volume atau isi kubus $V = \text{sisi} \times \text{sisi} \times \text{sisi}$ atau $V = s \times s \times s$.
- Luas seluruh permukaan kubus = $6 \times (\text{sisi} \times \text{sisi})$.
- Keliling Kubus = $12 \times \text{rusuk}$
- Luas salah satu sisi = $\text{rusuk} \times \text{rusuk}$

2. BALOK



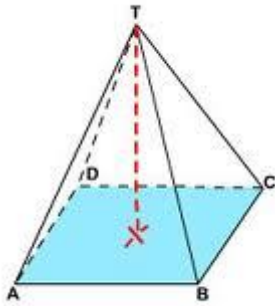
- Volume balok (V) = Panjang x lebar x tinggi atau $V = p \times l \times t$
- Luas permukaan balok = $(2 \times p \times l) + (2 \times p \times t) + (2 \times l \times t)$
- Diagonal Ruang = Akar dari $(p \text{ kuadrat} + l \text{ kuadrat} + t \text{ kuadrat})$
- Keliling Balok = $4 \times (p + l + t)$

3. PRISMA SEGITIGA



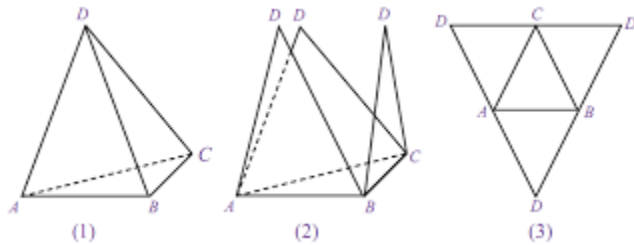
- Volume prisma segitiga (V) = Luas alas segitiga x tinggi atau $V = \frac{1}{2} \times p \times l \times t$.
- Luas permukaannya = keliling alas segitiga x tinggi + $(2 \times \text{luas alas segitiga})$.

4. LIMAS SEGIEMPAT



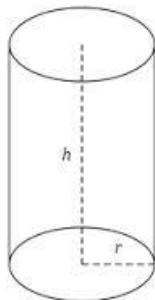
- Volume limas(V) = $1/3 \times$ luas alas \times tinggi atau $V = 1/3 \times p \times l \times t$.
- Luas permukaannya luas permukaan limas segiempat = luas alas + luas selubung limas.

5. LIMAS SEGITIGA



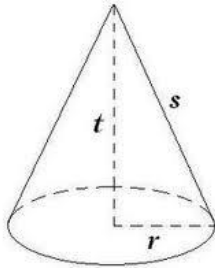
- Volume limas segitiga (V) = $1/3 \times$ luas alas \times tinggi atau $V = 1/3 \times (1/2 \times a \times b) \times t$.
- Luas Permukaannya (L permukaan) = Luas alas + luas selubung limas.

6. TABUNG



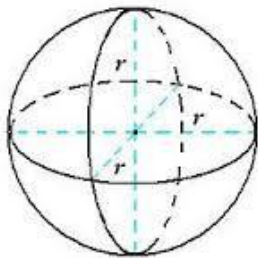
- Volume tabung = luas alas \times tinggi atau $V = \pi \times r^2 \times t$
- Luas permukaan tabung = ($2 \times$ luas alas) + (keliling alas \times tinggi) atau = $(2 \times \pi \times r \times r) + (\pi \times d \times t)$

7. KERUCUT



- Volume kerucut = $\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times t$.
- Luas permukaannya = $(\pi \times r^2) + (\pi \times r \times s)$.

8. BOLA



- Volume bola = $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$
- Luas Permukaannya = $4 \times \pi \times r^2$

Untuk lebih memahami materi bangun ruang, selesaikanlah latihan soal berikut:

1. Tangki air berbentuk prisma persegi panjang memiliki panjang 3 m, lebar 80 cm, dan tingginya 60 cm. Tentukan volume tangki dalam satuan liter!
2. Tentukan volume tabung dengan diameter 14 cm dan tinggi 21 cm!

3. Tentukan volume limas persegi dengan panjang sisi alas 10 cm dan tingginya 12 cm!

4. Tentukan volume kerucut yang memiliki diameter alas 14 cm dan tinggi 24 cm!

5. Tentukan volume bola yang berdiameter 40 cm dan Jari-jari = 20cm!

6. Tentukan volume kerucut jika diameter alasnya 10 dm, dan tinggi 4 dm!

7. Tentukan volume sebuah balok yang memiliki ukuran 6 m x 2 m x 2,5 m!

8. Tentukan volume sebuah bola jika panjang jari-jarinya 35 mm!

9. Sebuah kubus panjang rusuknya 5 cm. Tentukan volume kubus tersebut!

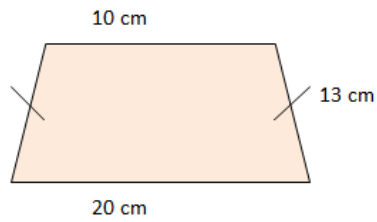
10. Sebuah prisma mempunyai volume 240 cm^3 . Alas prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi siku-sikunya masing-masing ialah 8cm dan 6cm. Hitunglah tinggi dari prisma tersebut!

Latihan soal luas dan volume

Bangun Datar

1. Sebuah trapesium yang mempunyai luas 560 cm^2 dan tinggi 20 cm. Hitunglah jumlah panjang sisi sejajarnya!
2. Berapakah luas segitiga yang memiliki panjang sisi miring segitiga siku-siku adalah 26 cm dan alasnya adalah 24 cm?
3. Sebuah lantai berbentuk persegi dengan panjang sisinya 12 m. Lantai tersebut akan dipasang ubin berbentuk persegi berukuran 30 cm x 30 cm. Berapakah banyaknya ubin yang diperlukan untuk menutup lantai tersebut?
4. Sebuah jajargenjang luasnya 450 cm^2 . Jika panjang alas jajargenjang tersebut $6x$ dan tingginya $3x$, hitunglah panjang alas dan tingginya!
5. Diketahui suatu layang-layang memiliki luas 221 cm^2 . Jika panjang salah satu diagonalnya adalah 17 cm, hitunglah panjang diagonal lainnya!
6. Panjang diagonal-diagonal suatu belah ketupat diketahui berturut-turut 26 cm dan $(3x + 5)$ cm. Jika luas belah ketupat tersebut 377 cm^2 , carilah nilai x !
7. Jika sebuah lingkaran memiliki keliling 132 cm, hitunglah luas lingkaran tersebut!
8. Hitunglah keliling sebuah persegi yang memiliki luas 36 cm^2 !
9. Luas bangun persegi panjang adalah 135 cm^2 . Jika perbandingan panjang dan lebarnya adalah 3 : 5, hitunglah keliling persegi panjang tersebut!
10. Diketahui luas belah ketupat ABCD = 480 cm^2 . Jika panjang diagonal AC = 20 cm, hitunglah keliling belah ketupat tersebut!

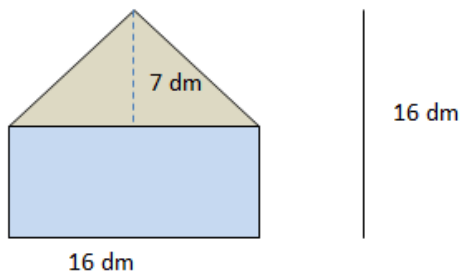
11.



Hitunglah luas trapesium pada gambar di atas!

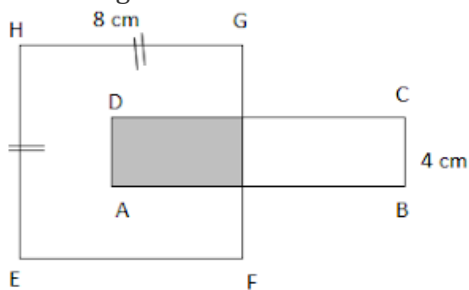
12. Diketahui luas bangun trapesium adalah 150 cm^2 . Jika tinggi trapesium 12 cm dan perbandingan sisi-sisi sejajarnya adalah 2 : 3, maka hitunglah panjang sisi sejajarnya!

13. Perhatikan gambar berikut!



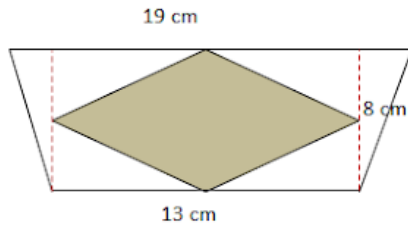
Hitunglah luas bangun di atas!

14. Perhatikan gambar berikut!

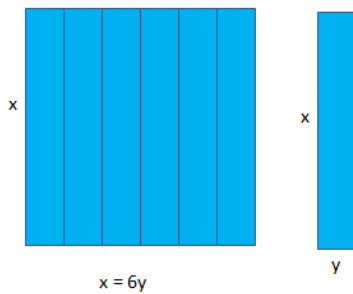


Bidang ABCD adalah persegi panjang dan bidang EFGH adalah persegi. Jika panjang $AB = 12 \text{ cm}$ dan luas daerah yang diarsir 32 cm^2 , luas daerah yang tidak diarsir adalah...

15. Hitunglah luas daerah yang tidak diarsir bangun di bawah ini!



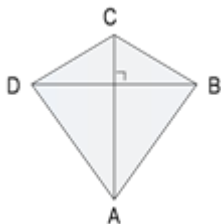
16. Gambar di bawah ini menunjukkan suatu persegi yang dibagi menjadi 6 bagian yang sama. Setiap bagian berupa persegi panjang yang mempunyai keliling 70 cm. Hitunglah Luas persegi tersebut!



17. Perbandingan panjang dan lebar persegi panjang 7 : 4. Jika keliling persegi panjang tersebut 66 cm, hitunglah luas persegi panjang!

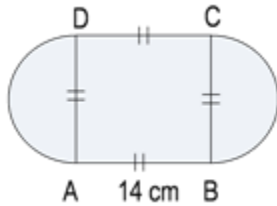
18. Diketahui luas persegi panjang = 616 dm^2 dan kelilingnya = 100 dm. Hitunglah panjang dan lebar persegi panjang tersebut!

19. Dari gambar layang-layang berikut diketahui kelilingnya 66 cm, panjang $AB = 20 \text{ cm}$ dan $BD = 24 \text{ cm}$. Hitunglah luas layang-layang ABCD!

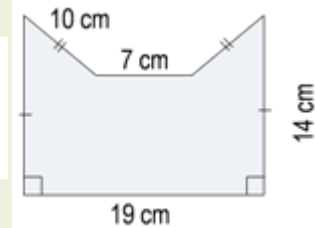


20. Selembar seng berbentuk persegi panjang berukuran $50 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$. Seng itu dibuat tutup kaleng berbentuk lingkaran dengan jari-jari 20 cm . Hitunglah luas seng yang tidak digunakan!

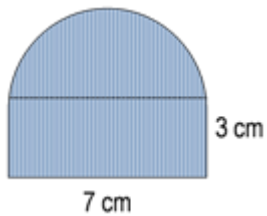
21. Hitunglah luas bangun gambar di bawah ini!



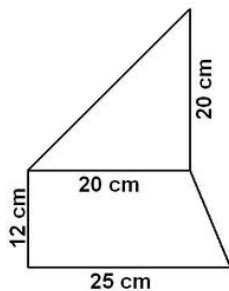
22. Hitunglah luas daerah bangun pada gambar di samping!



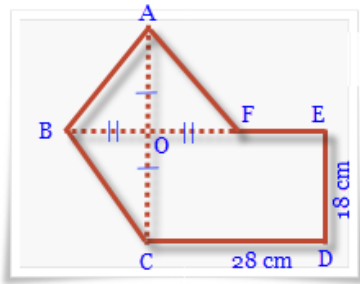
23. Hitunglah luas bangun gambar di bawah ini!



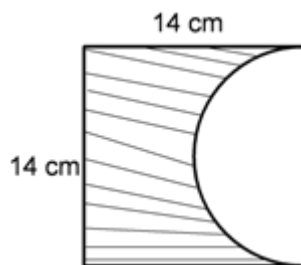
24. Hitunglah luas bangun gambar di bawah ini!



25. Hitunglah luas bangun gambar di bawah ini!



26. Perhatikan gambar bangun datar berikut!



Tentukan:

- Luas daerah yang diarsir
- Keliling bangun

Latihan Soal

Bangun Ruang

- Sebuah kubus panjang rusuknya 5 cm. Tentukan volume kubus tersebut!
- Sebuah mainan berbentuk balok dengan volume 140 cm^3 . Jika panjang mainan tersebut 7 cm dan tinggi mainan 5 cm, tentukanlah lebar mainan tersebut!
- Diketahui jari-jari sebuah bola basket ialah 7 cm, tentukanlah volume bola basket tersebut!

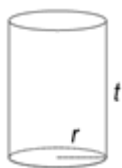
4. Sebuah tabung mempunyai jari-jari berukuran 10 cm. Jika tingginya 21 cm, tentukanlah volume dari tabung tersebut!

5. Sebuah kerucut mempunyai tinggi 15 cm dan jari-jarinya 7 cm. Hitunglah volume dari kerucut tersebut!

6. Sebuah bangun berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi dengan sisi 12 cm. Tentukanlah volume dari limas tersebut jika tingginya 30 cm!

7. Sebuah prisma mempunyai volume 240 cm^3 . Alas prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi siku-sikunya masing-masing ialah 8cm dan 6cm. Tentukanlah tinggi dari prisma tersebut!

8. Diberikan sebuah tabung tertutup yang memiliki jari-jari sebesar 20 cm dan tinggi 40 cm seperti gambar berikut!



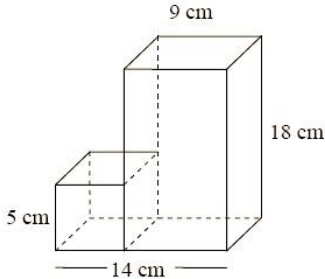
Tentukan:

- a) volume tabung
 - b) luas alas tabung
 - c) luas tutup tabung
 - d) luas selimut tabung
 - e) luas permukaan tabung
-
9. Keliling alas sebuah tabung yaitu 132 cm serta tingginya yaitu 16 cm. Tentukan volume tabung tersebut dengan $\pi = 22/7$!

 10. Sebuah kolam memiliki ukuran panjang sisi 12 m, 6 m, dan 10 m. Jika dalam 1 jam dapat memenuhi 72 m^3 . Berapa jam waktu yang diperlukan untuk memenuhi kolam tersebut!

11. Keliling dari salah satu sisi persegi dari kubus tersebut adalah 96 cm. Hitunglah volume kubus tersebut!

12. Perhatikan gambar di bawah ini!



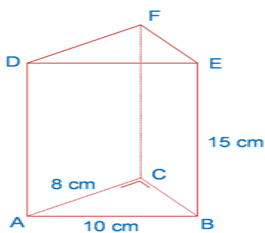
Hitunglah volume bangun gabungan tersebut!

13. Sebuah prisma tegak memiliki volume 432 cm^3 . Alas prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku yang panjang sisi siku-sikunya 6 cm dan 8 cm. Hitung tinggi prisma tersebut!

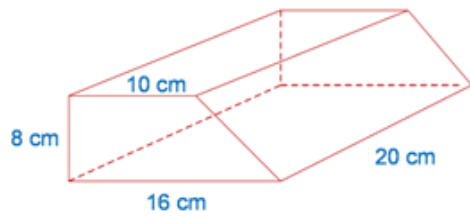
14. Sebuah lapangan berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 70 m dan lebar 65 m. Lapangan tersebut digenangi air setinggi 30 cm. Berapa liter air yang menggenangi lapangan itu?

15. Sebuah limas segitiga memiliki luas alas 20 cm^2 dan volume 60 cm^3 . Hitunglah tinggi limas tersebut !

16. Hitunglah volume prisma dengan alas berbentuk segitiga siku-siku seperti gambar di bawah ini!



17. Tentukan volume prisma berikut di bawah ini!



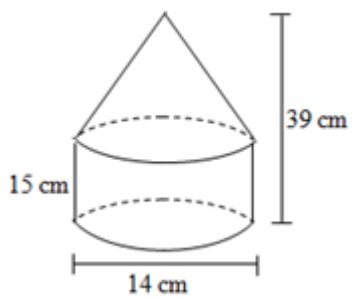
18. Volume sebuah limas 520 cm^3 . Jika alasnya berbentuk jajargenjang dengan panjang alas 12 cm dan tingginya 10 cm, hitunglah tinggi limas tersebut!

19. Hitunglah volume kerucut yang mempunyai diameter 10 cm dan tinggi 12 cm!

20. Sebuah drum minyak berbentuk tabung memiliki jari-jari 45 cm dan tinggi 60 cm. Tabung tersebut dipenuhi minyak yang dijual dengan harga Rp3.500,00 per liter. Berapakah harga seluruh minyak di dalam drum?

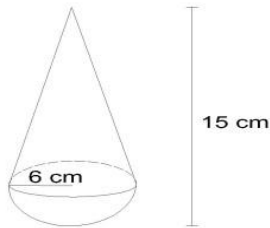
21. Sebuah tabung memiliki volume 770 cm^3 . Jika tinggi tabung 5 cm, maka tentukan jari-jari alas tabung tersebut!

22. Hitunglah volume bejana yang berbentuk seperti di bawah ini!

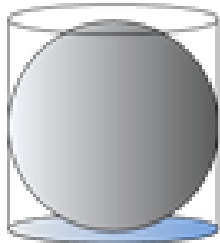


23. Sebuah drum air yang berjari-jari 45 cm dan tinggi 120 cm akan diisi dengan sebuah gayung berbentuk setengah bola yang berjari-jari 15 cm. Berapa banyak air dalam gayung yang harus diisi ke dalam drum sampai penuh?

24. Sebuah bandul terdiri atas sebuah tabung dan setengah bola dengan jari-jari 6 cm seperti gambar di bawah. Hitunglah volume bandul tersebut!



25. Sebuah bola besi berada didalam tabung plastik terbuka bagian atasnya seperti terlihat pada gambar berikut!



Tabung kemudian diisi dengan air hingga penuh. Jika diameter dan tinggi tabung sama dengan diameter bola yaitu 60 cm, tentukan volume air yang tertampung oleh tabung!

MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA YANG BERHUBUNGAN DENGAN GRAFIK

1. Pengertian Dan Definisi Fungsi Grafik
2. Manfaat dan Fungsi Grafik
3. Menggambar Persamaan Linier dengan Gradien
4. Grafik Fungsi Kuadrat
5. Grafik Fungsi Trigonometri

PENGERTIAN DAN DEFINISI FUNGSI GRAFIK

Pengertian Grafik

Grafik adalah penyajian data yang terdapat dalam table yang ditampilkan ke dalam bentuk gambar. Selain itu grafik juga dapat diartikan sebagai suatu kombinasi data-data baik berupa angka, huruf, simbol, gambar, lambang, perkataan, lukisan, yang disajikan dalam sebuah media dengan tujuan memberikan gambaran tentang suatu data dari penyaji materi kepada para penerima materi dalam proses menyampaikan informasi.

Adapun pengertian grafik lainnya yaitu grafik merupakan suatu rangka yang digunakan untuk membentuk objek visualisasi dari data sebuah table. Data dalam table yang dimaksud disini ialah data yang terdiri dari angka-angka dan dapat kita tampilkan ke dalam bentuk gambar, bisa dalam berbentuk bidang datar seperti persegi, lingkaran, segitiga, atau kedalam bentuk bangun ruang seperti balok, tabung, kerucut dll.

Selain itu ada pula definisi grafik yang lain yaitu grafik merupakan gambaran dari pasang surutnya suatu data yang ada, dan digambarkan dengan garis ataupun gambar. Secara garis besar grafik dapat dibedakan menjadi 3 (tiga) macam, yaitu: Grafik batang, grafik garis, dan grafik lingkaran.

Tujuan Pembuatan grafik

Tujuan dari penggunaan grafik dalam penyajian data ialah untuk menunjukkan perbandingan antara data satu dengan data yang lain secara informatif yang kualitatif dengan tampilan yang sederhana. Data-data yang berupa uraian deskriptif yang banyak dan juga kompleks bisa diubah menjadi bentuk yang sederhana dengan menggunakan grafik. Sehingga jika sebuah grafik sulit dibaca atau dipahami berarti grafik tersebut sudah kehilangan manfaatnya.

Fungsi Grafik

Fungsi dari grafik adalah untuk menggambarkan data-data yang berupa angka-angka kebetuk yang lebih sederhana secara teliti dan menjelaskan perkembangan serta perbandingan suatu obyek ataupun peristiwa yang saling berhubungan secara singkat dan jelas. Jadi dapat disimpulkan fungsi grafik:

- Menggambarkan data kuantitatif dengan bentuk sederhana namun teliti.
- Menjelaskan perkembangan, perbandingan suatu obyek ataupun peristiwa yang saling berkaitan secara singkat, padat dan jelas.

Sedangkan grafik sebuah fungsi adalah sebuah representasi visual dari sifat sebuah fungsi pada diagram x dan y .

Grafik bisa membantu kita memahami aspek-aspek berbeda dari sebuah fungsi, yang bisa jadi sulit dipahami dengan hanya melihat fungsi itu sendiri. Anda bisa menggambar grafik dari ribuan persamaan, dan masing-masing memiliki rumus yang berbeda satu sama lain. Artinya, selalu ada cara untuk menggambar sebuah fungsi jika Anda melupakan langkah seharusnya untuk menggambar fungsi tertentu.

MENGGAMBAR PERSAMAAN LINIER DENGAN GRADIEN

Mengenali fungsi linier sebagai sebuah garis sederhana, seperti $y = 2x + 5$. Pada sebuah persamaan linier ada satu variabel dan satu konstanta, yang dituliskan dengan $f(x)$ atau $y = a + bx$, tanpa tanda pangkat, akar, dan lain-lain. Jika Anda menemukan sebuah persamaan sederhana seperti ini, mudah untuk menggambarannya. Contoh lain persamaan linier misalnya:

$$f(k) = 5 - 3k, \quad y = 4n - 125 \quad \text{atau} \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 9$$

Menggunakan konstanta untuk menentukan titik potong pada sumbu y .

Titik potong sumbu y adalah tempat di mana fungsi memotong sumbu y pada grafik. Dengan kata lain, titik ini adalah titik di mana $x=0$. Jadi, untuk menemukannya, kita memasukkan angka 0 pada x , sehingga menyisakan konstantanya saja.

Pada contoh sebelumnya, $y = 2x + 5$, titik potong pada sumbu y adalah 5, atau koordinat (0,5). Tandai titik ini pada grafik.

Mencari gradien garis dari angka sebelum variabel.

Pada contoh di atas, $y = 2x + 5$, gradiennya adalah "2". Karena angka 2 terletak persis sebelum variabel pada persamaan, yaitu "x". Gradien adalah ukuran seberapa miring garis, atau seberapa jauh garis naik ke kiri atau kanan. Semakin besar gradien semakin tegak garisnya.

Ubah gradien ke dalam bentuk pecahan. Gradien adalah ukuran kemiringan, dan kemiringan diukur dengan membandingkan selisih naik atau turun dengan selisih ke kanan atau kiri. Gradien adalah selisih vertikal dibagi selisih horizontal. Seberapa jauh garis bergerak "vertikal" (naik) dan seberapa jauh garis bergerak "horizontal" (maju)?
Jika gradien negatif, artinya garis menurun ke arah kanan.

Dimulai dari titik potong sumbu y , ikuti jumlah angka "naik" dan "turun" untuk mendapatkan titik lainnya. Begitu Anda mendapatkan kemiringannya, gunakan untuk menggambar fungsi linier yang bersangkutan. Mulailah dari titik potong sumbu y , yaitu (0,5), lalu naik 2, dan ke kanan 1. Tandai koordinat (1,7). Cari 1 -2 titik lagi untuk mendapatkan gambaran garis.

penggaris untuk menghubungkan titik-titik dan gambar fungsi linier tersebut. Untuk menghindari kesalahan dalam mensketsa, cari dan hubungkan paling tidak tiga titik yang berbeda, meskipun dua titik sebenarnya sudah cukup. Inilah gambar dari persamaan linier yang Anda cari!

Memperkirakan Titik pada Sebuah Grafik

Tentukan fungsi. Tentukan fungsi dalam bentuk seperti $f(x)$, di mana y adalah 'range', dan x adalah 'domain', dan f adalah nama fungsi. Sebagai contoh, $y = x + 2$, di mana $f(x) = x + 2$. Gambar garis vertikal dan horizontal pada sebuah kertas. Garis horizontal adalah sumbu x . Garis vertikal adalah sumbu y .

Beri angka pada grafik Anda. Beri angka pada sumbu x dan y dengan jarak yang sama. Untuk sumbu x, angkanya positif di sebelah kanan dan negatif di sebelah kiri. Untuk sumbu y, angkanya positif di atas dan negatif di bawah.

Hitung nilai y untuk 2-3 nilai x. Misalkan fungsinya adalah $f(x) = x+2$. Hitung beberapa nilai 'y' dengan memasukkan beberapa nilai x yang terlihat pada sumbu ke dalam fungsi. (contoh: untuk $x = -1$ maka $y = -1+2 = 1$, $x = 0$ maka $y = 0+2 = 2$ dan $x = 1$ maka $y = 1+2 = 3$)
Untuk persamaan yang lebih rumit, Anda bisa menyederhanakan fungsi dengan mengisolasi satu variabel terlebih dahulu.

Gambar grafik untuk tiap pasangan berurutan. Buat garis lurus imajiner vertikal pada tiap angka sumbu x dan horizontal pada tiap angka sumbu y. Titik tempat garis-garis ini berpotongan adalah titik pada grafik.

Hapus garis imajiner. Begitu Anda selesai menggambar seluruh titik, Anda bisa menghapus garis imajiner tersebut.

Catatan: grafik $f(x) = x$ adalah sebuah garis yang paralel dengan garis ini melalui titik asal (0,0), tetapi $f(x) = x+2$ bergeser dua unit ke atas (searah sumbu y) pada diagram karena ada +2 pada persamaan.

GRAFIK FUNGSI KUADRAT

Fungsi kuadrat adalah suatu persamaan dari variabel yang mempunyai pangkat tertinggi dua dan ini berkaitan dengan persamaan kuadrat.

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah: $ax^2 + bx + c = 0$

Sedangkan bentuk umum dari fungsi kuadrat adalah: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Dengan a, b, merupakan koefisien, dan c adalah konstanta, serta $a \neq 0$

Fungsi kuadrat $f(x)$ dapat juga ditulis dalam bentuk y atau: $y = ax^2 + bx + c$

Dengan x adalah variable bebas dan y adalah variable terikat. Sehingga nilai y tergantung pada nilai x, dan nilai-nilai x tergantung pada area yang ditetapkan.

Nilai y diperoleh dengan memasukan nilai-nilai x kedalam fungsi.

Fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ dapat digambarkan ke dalam koordinat kartesius sehingga diperoleh suatu grafik fungsi kuadrat.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya sumbu x adalah domain dan sumbu y adalah kodomain.

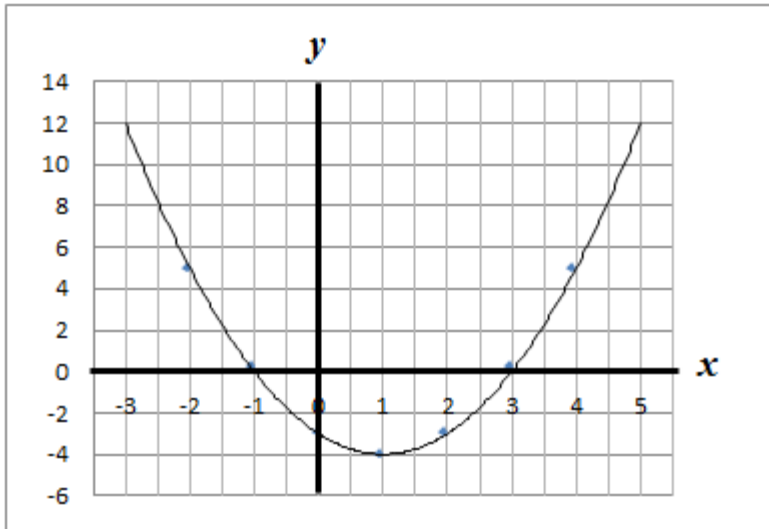
Grafik dari fungsi kuadrat berbentuk seperti parabola sehingga sering disebut grafik parabola.

Grafik dapat dibuat dengan memasukan nilai x pada interval tertentu sehingga didapat nilai y.

Kemudian pasangan nilai (x, y) tersebut menjadi koordinat dari yang dilewati suatu grafik. Sebagai contoh, grafik dari fungsi: $f(x) = x^2 - 2x - 3$ adalah:

Koordinat	x	-2	-1	0	1	2	3	4
	y	5	0	-3	-4	-3	0	5

Sehingga gambar grafiknya terlihat di bawah ini:



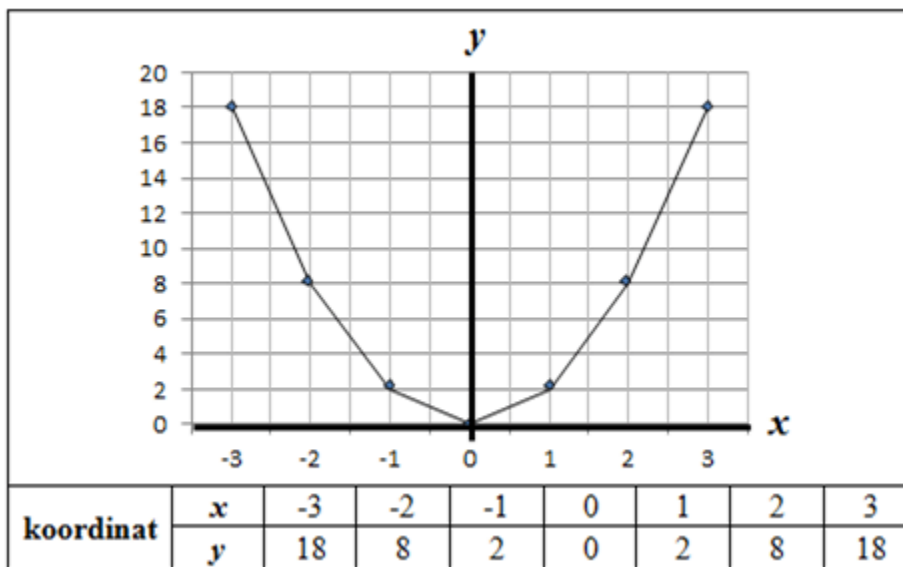
Jenis grafik fungsi kuadrat

Jenis Grafik fungsi kuadrat antara lain:

1. Grafik fungsi $y = ax^2$

Jika pada fungsi $y = ax^2 + bx + c$ memiliki nilai b dan c sama dengan nol, maka fungsi kuadratnya: $y = ax^2$

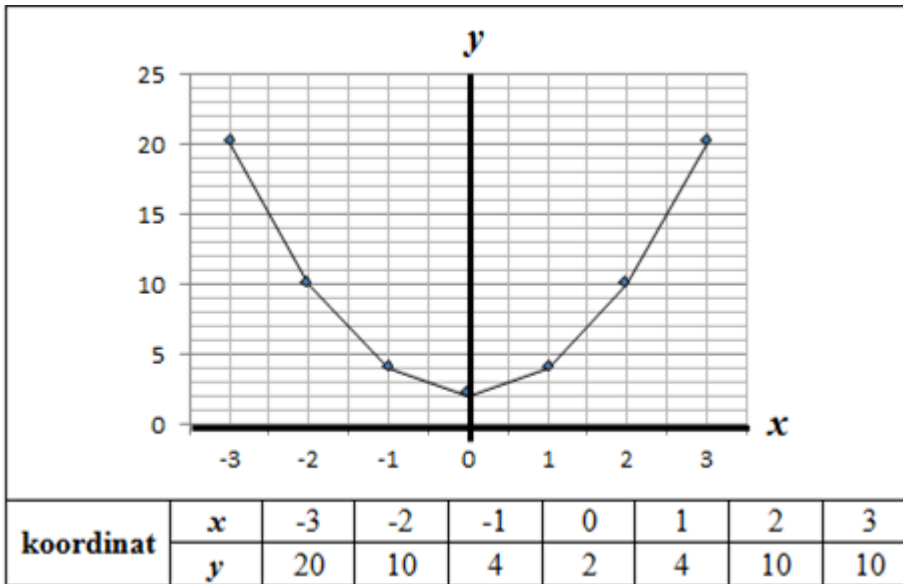
Pada grafik fungsi ini akan selalu memiliki garis simetris pada $x = 0$ dan titik puncak $y = 0$.
Sebagai contoh: $f(x) = 2x^2$, maka grafiknya adalah:



2. Grafik fungsi $y = ax^2 + c$

Jika pada fungsi $y = ax^2 + bx + c$ memiliki nilai $b = 0$, maka fungsi kuadratnya sama dengan: $y = ax^2 + c$

Pada fungsi ini grafik akan memiliki kesamaan dengan grafik fungsi kuadrat $y = ax^2$ yaitu selalu memiliki garis simetris pada $x = 0$.
 Namun, titik puncaknya sama dengan nilai c atau $y_{\text{puncak}} = c$.
 Sebagai contoh $= 2x^2 + 2$, maka grafiknya adalah:



3. Grafik fungsi $y = a(x - h)^2 + k$

Grafik ini merupakan hasil perubahan bentuk dari $y = ax^2 + bx + c$.
 Pada fungsi kuadrat ini grafik akan memiliki titik puncak (x, y) sama dengan (h, k) . Hubungan antara a, b , dan c dengan h, k sebagai berikut:

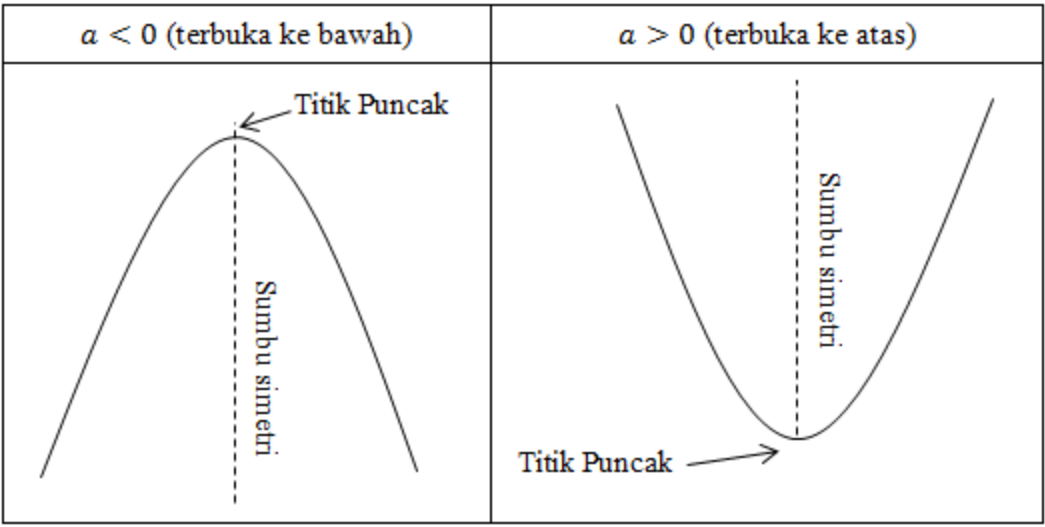
$$(h, k) = \left[-\frac{b}{2a} - \left(\frac{b^2 - 4ac}{2a} \right) \right]$$

Sifat-sifat Grafik Fungsi Kuadrat

a. Grafik terbuka

Grafik $y = ax^2 + bx + c$ dapat terbuka ke atas atau ke bawah. Sifat ini ditentukan oleh nilai a . Jika $a > 0$ maka grafik terbuka ke atas, jika $a < 0$ maka grafik terbuka ke bawah.

Perhatikan gambar di bawah ini!



b. Titik Puncak

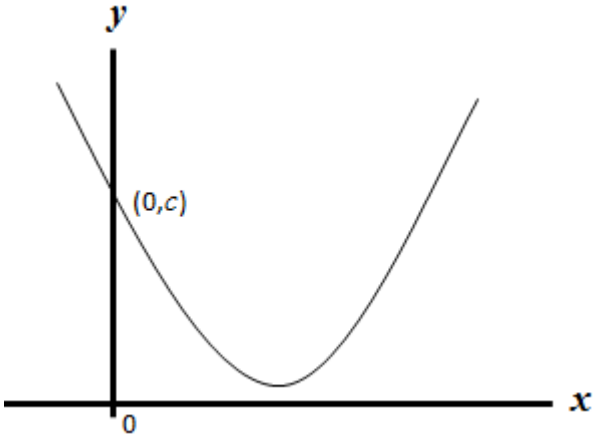
Grafik kuadrat mempunyai titik puncak atau titik balik. Jika grafik terbuka kebawah, maka titik puncak adalah titik maksimum. Jika grafik terbuka keatas maka, titik puncak adalah titik minimum.

c. Sumbu Simetri

Sumbu simetri membagi grafik kuadrat menjadi 2 bagian sehingga tepat berada di titik puncak. Karena itu, letaknya pada grafik $y = ax^2 + bx + c$ berada pada: $x = -\frac{a}{2a}$

d. Titik potong sumbu y

Grafik $y = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu y di $x = 0$. Jika nilai $x = 0$ disubstitusikan ke dalam fungsi, diperoleh $y = c$. Maka titik potong berada di $(0, c)$.



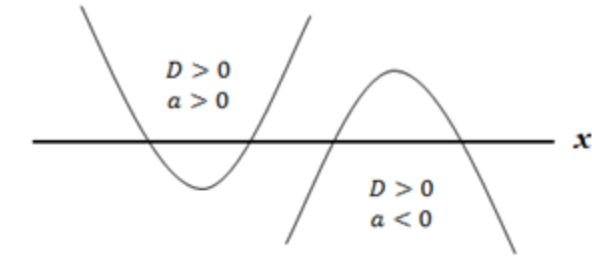
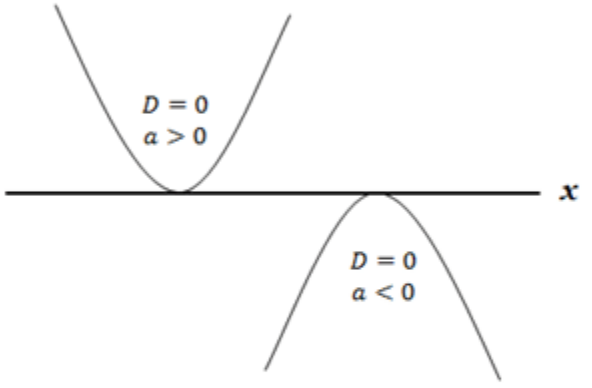
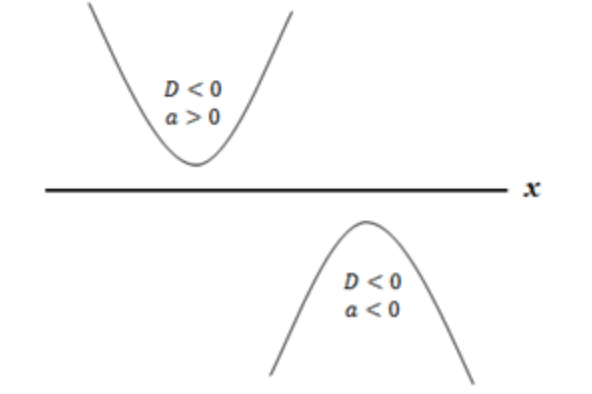
e. Titik potong sumbu x

Grafik kuadrat akan memotong sumbu x di $y = 0$, sehingga membentuk persamaan:
 $y = ax^2 + bx + c$

Akar-akar dari persamaan tersebut adalah absis dari titik potong. Oleh karena itu, nilai diskriminan (D) berpengaruh pada keberadaan titik potong sumbu x sebagai berikut:

- Jika $D > 0$, grafik memotong sumbu x di dua titik
- Jika $D = 0$, grafik menyinggung sumbu x
- Jika $D < 0$, grafik tidak memotong sumbu x

Jika digambarkan, sebagai berikut:

<p>Grafik memotong sumbu x</p>	
<p>Grafik menyinggung sumbu x</p>	
<p>Grafik tidak memotong sumbu x</p>	

Menyusun Persamaan Grafik Fungsi Kuadrat

Persamaan grafik fungsi kuadrat dapat dibentuk dengan syarat:

1. Diketahui tiga titik koordinat (x, y) yang dilalui oleh grafik

Ketiga koordinat tersebut, masing-masing disubstitusikan kedalam persamaan grafik:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Sehingga didapat tiga persamaan berbeda yang saling memiliki variabel a, b dan c. Selanjutnya dilakukan teknik eliminasi aljabar untuk memperoleh nilai dari a, b dan c. Setelah diperoleh nilai-nilai itu, kemudian masing-masing disubstitusikan ke dalam persamaan $y = ax^2 + bx + c$ sebagai koefisien.

2. Diketahui titik potong dengan sumbu x dan satu titik yang dilalui

Jika titik potong sumbu x adalah $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$, maka rumus fungsi kuadrat nya adalah: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$. Dengan nilai a didapat dari mensubstitusikan titik (x, y) yang dilalui.

3. Diketahui titik puncaknya dan satu titik yang dilalui

Jika titik puncaknya adalah (x_p, y_p) maka rumus fungsi kuadrat nya adalah: $y = a(x - x_p)^2 + y_p$. Dengan nilai a didapat dari mensubstitusikan titik (x, y) yang dilalui.

Contoh Soal dan pembahasan

1. Jika grafik $y = x^2 + ax + b$ mempunyai titik puncak $(1, 2)$, tentukan nilai a dan b.
2. Jika fungsi $y = ax^2 + 6x + (a + 1)$ mempunyai sumbu simetri $x = 3$, tentukan nilai maksimumnya.
3. Tentukan grafik yang melintasi $(-1, 3)$ dan titik minimumnya sama dengan puncak grafik $y = x^2 + 4x + 3$

Penyelesaian:

1. Gunakan rumus $(-\frac{b}{2a})$ sebagai nilai x titik puncak, sehingga: $-\frac{a}{2(1)} = 1$, $a = -2$
Substitusi titik puncak $(1, 2)$ ke dalam persamaan $y = x^2 + ax + b$ diperoleh:

$$2 = (1)^2 + a(1) + b$$

$$1 = a + b$$

Dari persamaan baru, substitusikan nilai $a = -2$, maka:

$$1 = a + b = -2 + b$$

$$b = 3$$

2. Sumbu simetri berada di x titik puncak, sehingga:

$$-\frac{b}{2a} = 3$$

$$-\frac{6}{2a} = 3,$$

$$a = -1$$

Sehingga fungsi y menjadi:

$$Y = -x^2 + 6x$$

$$\text{Nilai maksimumnya: } -\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right) = -\left(\frac{6^2 - 4(-1)(0)}{4(-1)}\right) = \frac{36}{4} = 9$$

3. Titik puncak $y = x^2 + 4x + 3$ adalah:

$$(x_p; y_p) = \left[-\frac{b}{2a}, -\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right) \right] = \left[-\frac{4}{2}, -\left(\frac{4^2 - 4(3)}{4}\right) \right]$$

$$(x_p; y_p) = \left[-2, -\left(\frac{16 - 12}{4}\right) \right] = (-2, -1) \quad (x_p, y_p) = \left[-2, -\left(\frac{16 - 12}{4}\right) \right] = (-2, -1)$$

Substitusikan nilai $(-1, 3)$ dan (x_p, y_p) dalam persamaan:

$$y = a(x - x_p)^2 + y_p$$

$$3 = a((-1) - (-2))^2 + (-1) \quad 3 = a((-1) - (-2))^2 + (-1)$$

$$a = 4$$

Maka grafik fungsi kuadrat yang dicari adalah:

$$y = a(x - x_p)^2 + y_p = 4(x + 2)^2 - 1$$

$$y = 4(x^2 + 4x + 4) - 1 = 4x^2 + 16x + 16 - 1$$

$$y = 4x^2 + 16x + 15$$

GRAFIK FUNGSI TRIGONOMETRI

trigonometri mempunyai fungsi sederhana. Fungsi trigonometri sederhana terdiri dari fungsi sinus, fungsi cosinus dan fungsi tangen. Masing-masing fungsi tersebut dapat dijelaskan menggunakan grafik fungsi trigonometri.

Fungsi trigonometri merupakan **suatu fungsi yang grafiknya berulang secara terus menerus dalam periode tertentu**. Fungsi dari periode itu sendiri merupakan suatu jarak antara dua puncak/lembah atau jarak antara awal puncak dan akhir lembah. Selain itu, terdapat amplitudo yang merupakan setengah dari selisih nilai maksimum dan minimum dari suatu fungsi. Rumus amplitudo sebagai berikut:

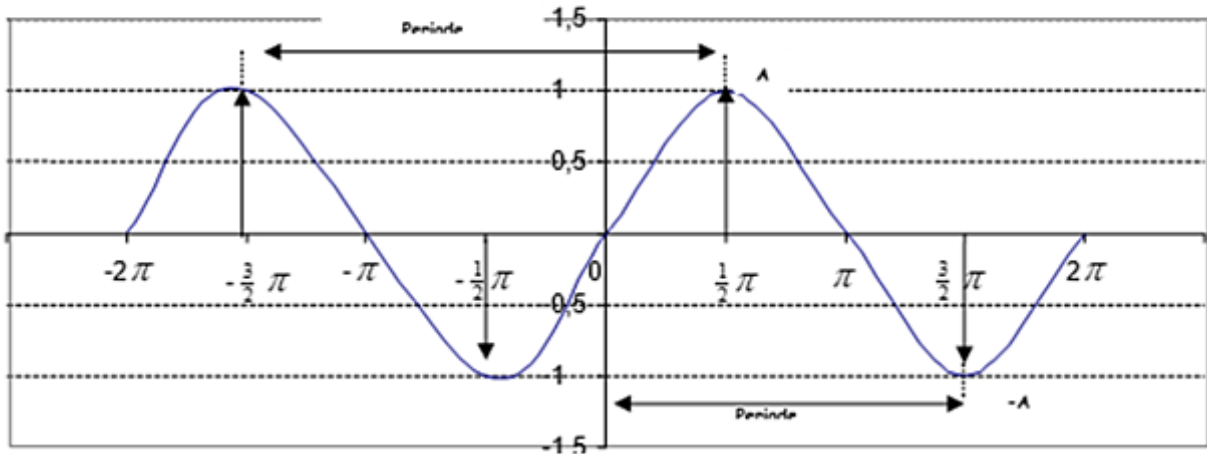
$$A = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2}$$

Fungsi trigonometri sederhana meliputi fungsi sinus, fungsi cosinus dan fungsi tangen. Masing-masing fungsi tersebut dijelaskan dalam bentuk **grafik baku fungsi trigonometri** seperti berikut:

1. Grafik Fungsi Sinus, $y = \sin x$

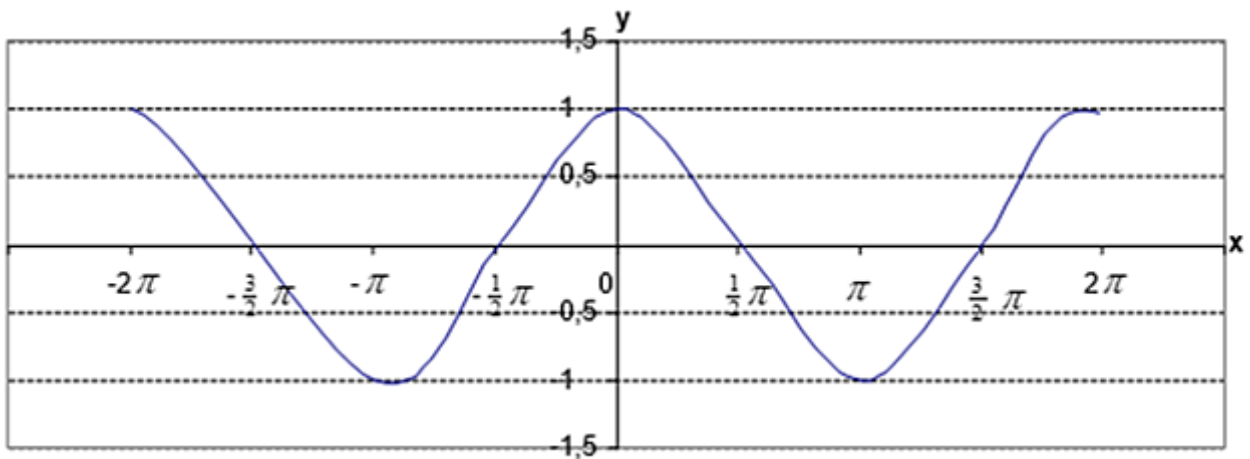
Nilai dari sinus adalah $-1 \leq \sin(x) \leq 1$

X	0	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°
Y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1



2. Grafik Fungsi Cosinus, $y = \cos x$

Nilai dari cosinus adalah $-1 \leq \cos(x) \leq 1$



Fungsi trigonometri memiliki nilai minimum dan maksimum, cara menentukannya dapat menggunakan metode grafik dan melalui rumus. Metode grafik dengan cara menggambarkan grafiknya, titik puncak pada bukit adalah nilai maksimum sedangkan titik terendah pada lembah adalah nilai minimum. Selain dengan grafik, nilai maksimum dan nilai minimum dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut:

Misalkan fungsi $f(x) = a \sin g(x) + c$ dan $f(x) = a \cos g(x) + c$, maka :

$$\text{Nilai maksimum} = |a| + c$$

$$\text{Nilai minimum} = -|a| + c$$

Nilai maksimum dan minimum dapat digunakan untuk menentukan nilai amplitude

$$\text{Amplitudo} = \frac{1}{2} (\text{nilai maksimum} - \text{nilai minimum})$$

Contoh soal dan penyelesaian:

Tentukan nilai maksimum dan nilai minimum dari fungsi trigonometri di bawah ini!

a. $f(x) = 2 \sin 2x + 5$

b. $f(x) = -3 \cos 3(x+90^\circ) - 8$

Penyelesaian:

a. $f(x) = 2 \sin 2x + 5 \rightarrow a = 2, c = 5$

$$\text{Nilai maksimum} = |a| + c = |2| + 5 = 7$$

$$\text{Nilai minimum} = -|a| + c = -|2| + 5 = 3$$

b. $f(x) = -3 \cos 3(x+90^\circ) - 8 \rightarrow a = -3, c = -8$

$$\text{Nilai maksimum} = |a| + c = |-3| + |-8| = 11$$

$$\text{Nilai minimum} = -|a| + c = -|-3| + |-8| = 5$$

LATIHAN SOAL :

1. Tentukan gradien garis yang melalui
 - a. Titik P (2, -5) dan titik Q (-9, 3)
 - b. Titik pangkal dan titik A (-2, -8)
2. Tentukanlah persamaan garis yang melalui titik A (-3, 4) dengan gradien -2
3. Gambarlah grafik $y = 2x + 8$! Selanjutnya, tentukan titik potong dengan sumbu X!
4. Gambarlah grafik $y = (x-4)(x+4)$ dan tentukan titik potong antara grafik dengan sumbu Y!
5. Nilai minimum fungsi $f(x) = x^2 - 5x + 4$ adalah
6. Fungsi kuadrat yang grafiknya berpuncak dititik (2, 3) dan melalui titik (-2, 1) adalah
7. Tentukan sumbu simetri grafik fungsi kuadrat $y = 5x^2 - 2x + 1$
8. Jika grafik fungsi $y = x^2 + px + k$ mempunyai titik puncak (1,2) maka tentukanlah nilai p dan k!
9. Tentukan koordinat titik potong grafik fungsi kuadrat: $Y = 3X^2 - X - 2$
10. Gambarkan grafik fungsi kuadrat dari persamaan: $y = x^2 + 2x + 5$